

Mediciones de desempeño en el sistema de transporte del cable aéreo de Manizales desde los enfoques analítico y simulado

Omar Tapasco A.¹, Jaime Giraldo G.², Carlos Toro N.³

¹ Mgr. Profesor Asistente Universidad de Caldas, estudiante de doctorado Universidad Nacional de Colombia sede Manizales

² PhD. Profesor Asociado Universidad Nacional de Colombia sede Manizales

³ Estudiante Ingeniería Industrial. Universidad Nacional de Colombia sede Manizales

Resumen

El presente trabajo hace relación a resultados parciales de investigación, conducentes a la obtención de indicadores de desempeño en sistemas de transporte público, desde los enfoques analítico y de simulación. Para ello se toma como caso de estudio el análisis de desempeño del sistema de transporte del Cable Aéreo de Manizales, Colombia, con la aplicación del modelo teórico de redes abiertas de Jackson, y haciendo uso del programa Promodel desde la perspectiva de la simulación discreta. Los resultados arrojan que desde ambas perspectivas de estudio, se obtiene una baja tasa de uso del sistema de transporte.

Palabras claves: Teoría de colas, simulación discreta, redes abiertas de Jackson, Cable Aéreo.

Abstract

Key words:

1. Introducción

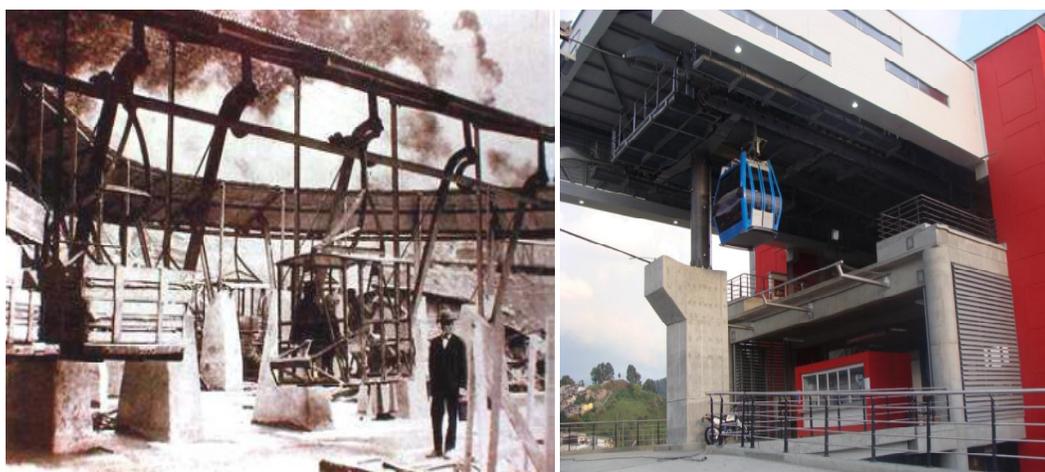
En el estudio de los sistemas de transporte, juega un papel fundamental el diseño de mecanismos conducentes a la minimización de costos de los recursos necesarios para la consecución de una calidad preestablecida. Pero al abordar dichos fenómenos es necesario contemplar el comportamiento aleatorio entre los flujos de los distintos usuarios, por lo que para su cabal estudio y comprensión se hace necesario recurrir a los procesos emanados desde la teoría de colas.

En el presente análisis, se considerarán dichos procesos desde dos perspectivas con propósitos comparativos: la analítica y la simulación discreta. Tomando como caso de estudio el sistema de transporte del Cable Aéreo de Manizales, Colombia.

1.1 Sistema de transporte del Cable Aéreo de Manizales

Manizales es pionera en Colombia en la construcción de sistemas de cable aéreo de transporte. Es así como a comienzos del siglo pasado se llevaron a cabo varios proyectos de este tipo, contando como el más reconocido el sistema que conectaba a Manizales con la población de Mariquita, con una extensión de 71.8 kilómetros (el más largo del mundo en su momento), el cual inició operaciones en 1915 y estuvo prestando servicio hasta 1968.

El 30 de Octubre de 2009 se da inauguración al actual Cable Aéreo de Manizales (CAM), el cual conecta al centro de la ciudad con la terminal de transporte (estación Fundadores y estación Cámbulos, respectivamente), con una distancia de recorrido de aproximadamente 1900 metros y una velocidad de operación de 5 metros por segundo, pasando por una estación intermedia, estación Betania. Según datos de la administración del CAM, el sistema está diseñado para operar hasta con 57 cabinas, pero dispone de 42, y en la actualidad opera con 32 cabinas, con una capacidad de ocho pasajeros por cabina.



Fotos del sistema del cable aéreo antiguo y actual

Este estudio se plantea como objetivo central el buscar y proponer escenarios alternativos de funcionamiento conducentes a incrementar la tasa de utilización de las cabinas sin afectar la calidad del servicio prestado, y que tiene como primera fase la realización de cálculos analíticos y simulados en perspectiva de tener una primera aproximación a la comprensión de la problemática de interés.

1.2 Acercamiento teórico

Teoría de colas. La teoría de colas estudia el comportamiento de sistemas donde existe un conjunto limitado de recursos para atender las peticiones generadas por los usuarios, de tal forma que cuando un usuario requiere de un servicio, éste deberá esperar para ser atendido por algún recurso, o incluso, podrá ser rechazado si el sistema no tiene la capacidad suficiente para almacenar la espera.

El estudio de estos sistemas implicará el modelado no sólo del sistema en sí, sino también del comportamiento aleatorio del tráfico ofrecido por los usuarios al sistema. Dicho tráfico se modela mediante dos procesos estocásticos: el proceso de llegadas de los usuarios al sistema y el procesos del servicio prestado por el sistema, usualmente considerados independientes entre sí.

Por otra parte, la teoría básica de colas puede abordarse desde dos enfoques: el analítico y el de simulación. El primero trata con distribuciones específicas, tales como la asunción de que las llegadas de los clientes sigan una distribución de Poisson, mientras que la prestación del servicio se asume sigue una distribución exponencial. El segundo enfoque permite un estudio más amplio, dado que no está sujeto a límites estrechos.

Mediante las técnicas de simulación es posible crear y estudiar en abstracto problemas de mucha más amplia complejidad, permitiendo una mayor flexibilidad en el análisis y la evaluación de múltiples escenarios hipotéticos, en perspectiva de mejorar los indicadores de desempeño del sistema.

Notación empleada en la teoría de colas

A/B/X/Y/Z

A: hace relación al modelo de distribución del tiempo entre llegadas consecutivas

B: hace alusión al patrón de servicio de los servidores del sistema

X: es el número de servidores

Y: es la restricción en la capacidad del sistema

Z: corresponde a la disciplina de la cola

Característica	Símbolo	Descripción
Distribución del tiempo entre llegadas (A)	M	Exponencial
Distribución del tiempo de servicio (B)	D	Determinista
	G	General
Número de servidores (X)	1,2,... ∞	El infinito se asume por omisión
Disciplina de cola	FIFO	Primero en llegar primero en ser atendido (se asume por omisión)
	LIFO	Último en llegar primero en ser atendido
	RSS	Selección aleatoria de servicio
	GD	Disciplina general

Tabla 1. Cuadro explicativo de la notación empleada en la teoría de colas

Particularmente el modelo M/M/1/ ∞ /FIFO se escribe abreviadamente M/M/1.

Solución analítica: Redes abiertas de Jackson. Las redes de colas se pueden describir como un grupo de nodos (k) en el que cada nodo representa una instalación de servicio. Dicha instalación puede contar con c_i ($i=1,\dots,k$) servidores, cada uno de ellos con una distribución exponencial del tiempo de servicio medio $1/\mu_i$.

En el caso más general, los clientes pueden entrar en cualquier nodo y, después de moverse por la red, pueden salir por cualquier nodo. Se consideran tres tipos de redes de Jackson: cerradas, abiertas cíclicas y abiertas acíclicas.

Una red abierta se dice que es Jackson sí:

- La llegada externa a cualquier nodo es Poisson γ_i
- Todos los servidores de cada etapa tiene un servicio exponencial de media μ_i

c) De cada etapa i , un cliente se mueve a otra etapa con probabilidad r_{ij} (probabilidad de enrutamiento) y al exterior con probabilidad $r_{i,0}$

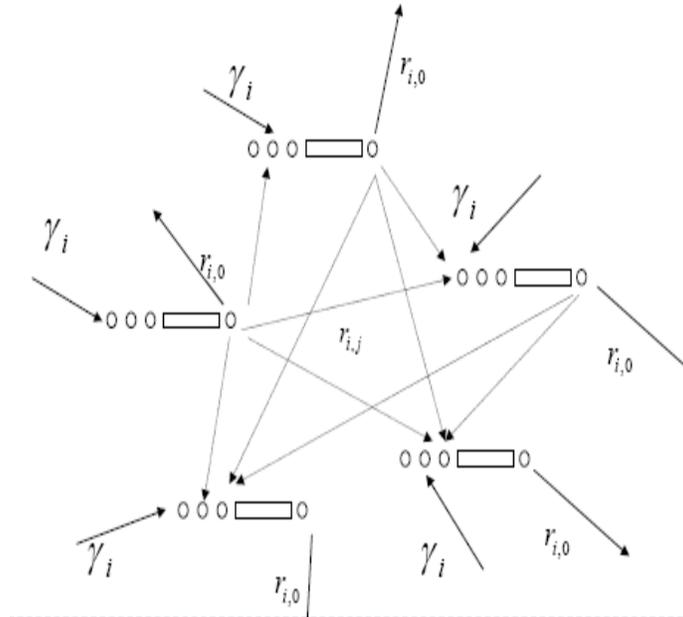


Gráfico 1. Esquema ilustrativo de una red abierta de Jackson.

El teorema de Jackson se puede enunciar así: sea una red de Jackson abierta que cumple con la condición de no saturación. Entonces, en el estado estacionario, la distribución de número de clientes en cada uno de los nodos está dada por:

$$P(n) = \prod_{i=1}^k P_i(n_i)$$

Siendo $P_i(n_i)$ la probabilidad de que en el nodo i haya n_i clientes, calculada utilizando las expresiones correspondientes al modelo M/M/c. La razón de llegadas λ_i a cada nodo se obtiene mediante una de las denominadas ecuaciones de tráfico:

$$\lambda_i = \gamma_i + \sum_{j=1}^k \lambda_j r_{ji}$$

Mientras que la medición de la congestión de los nodos del sistema se determina mediante la fórmula: $\rho_i = \frac{\lambda_i}{c_i \mu_i}$

Siendo $\rho_i < 1$ la condición de no saturación en ninguno de los nodos del sistema.

Las medidas de rendimiento para cada nodo se calculan según las ecuaciones del modelo M/M/c, teniéndose que la tasa de salidas del sistema, es decir, el número medio de usuarios que salen del sistema por unidad de tiempo, que coincide con el número de trabajos que entran en el sistema, se calcula mediante la ecuación:

$$\lambda_{red} = \sum_{i=1}^k \gamma_i$$

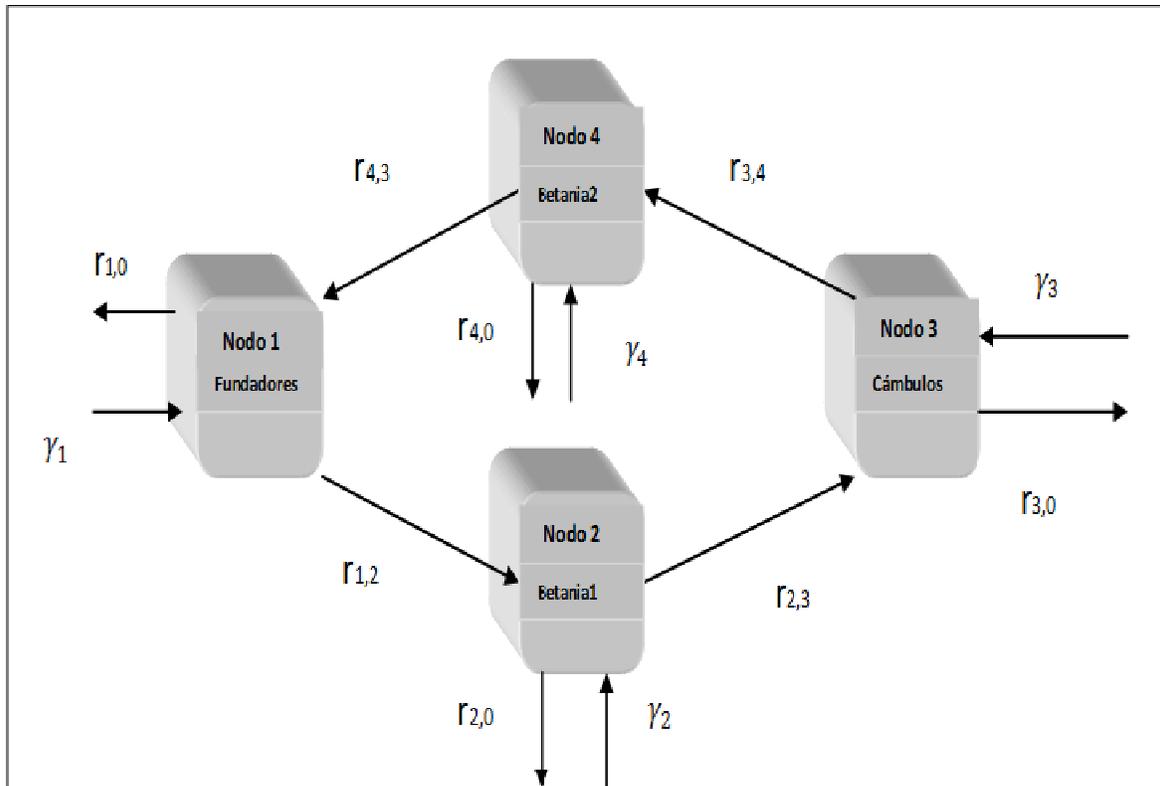


Gráfico 2. Esquema ilustrativo del sistema del Cable Aéreo de Manizales

Dado que cada nodo se comporta como si fuese un nodo M/M/ci independiente de los demás, se podrán obtener resultados individuales por nodo y proceder al cálculo de los resultados de la red.

De esta forma, la probabilidad de que un usuario encuentre el sistema vacío en un momento dado estará dada por:

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} + \frac{r^c}{c!(1-\rho)} \right]^{-1} \quad \left(\text{siendo } r = \frac{\lambda}{\mu}, \rho = r/c < 1 \right)$$

Y el número medio de usuarios en la cola será:

$$L = r + P_0 \left[\frac{r^c \rho}{c! (1 - \rho)^2} \right]$$

De igual forma, el número medio de clientes en el sistema, está dado por la suma de los números medios de usuarios en cada uno de los nodos:

$$L_{red} = \sum_{i=1}^k L_i$$

Y el tiempo medio de permanencia en el sistema, calculado como el tiempo medio que pasa un usuario desde que entra en la red hasta que sale de ella, está dado por:

$$W_{red} = \frac{L_{red}}{\lambda_{red}}$$

Simulación. Para Kelton y Law (2007) la simulación está referida a técnicas, que usando computadores, imitan o simulan la operación de varias clases de instalaciones y procesos del mundo real. Y particularmente a la simulación discreta le concierne el modelamiento de sistemas que pueden cambiar su estado en instantes de tiempo contable (finito o infinito numerable).

Para el estudio de sistemas modelados mediante modelos de colas cuya solución analítica se desconoce, o bien es de difícil resolución, se suele recurrir a técnicas de simulación que, mediante el empleo de programas de computación, permiten obtener estimaciones de los parámetros de interés del comportamiento del sistema.

1.3 Solución analítica versus simulación

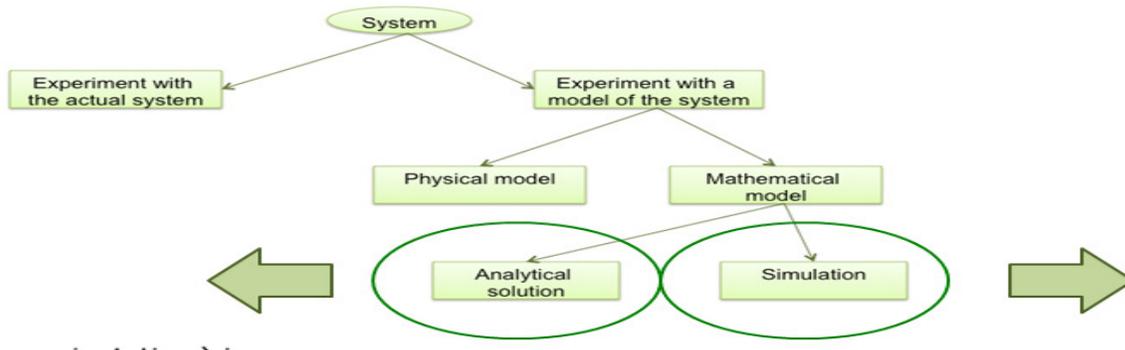


Gráfico 3. Esquema de formas de abordar el estudio de un sistema (Kelton and Law)

Una vez se ha construido un modelo matemático, éste debe ser examinado para ver cómo puede ser usado para responder a las cuestiones de interés sobre el sistema que supuestamente representa. Este modelo matemático puede ser tan simple como una función en una variable que se puede resolver con papel y lápiz o tornarse extraordinariamente complejo, cuya solución requiere vastos recursos de computación.

Muchos autores recomiendan que si una solución analítica del modelo matemático está disponible y es computacionalmente eficiente, entonces lo deseable sea estudiar el modelo de esta manera en vez de emplear simulación. Por el contrario, muchos sistemas altamente complejos que se representan con modelos matemáticos igualmente complejos sin solución analítica a la vista, deberían ser estudiados vía simulación.

2. Método

El presente es un estudio de carácter descriptivo y experimental vía simulación, recurriendo a la obtención de información primaria producto de sondeos entre usuarios y de información proporcionada por funcionarios del sistema CAM.

El trabajo se enfoca al análisis del sistema completo con las tres estaciones, teniendo en cuenta que en la estación Betania se presentan dos clases de arribos, los pasajeros que se dirigen hacia el terminal de transporte (Estación Cámbulos) y aquellos que se dirigen hacia el centro de la ciudad (Estación Fundadores)

2.1 Especificaciones de la simulación

Para el desarrollo del ejercicio únicamente se realiza la simulación de los arribos de los pasajeros y su abordaje a las cabinas, obviando el servicio de las taquillas y el desabordo de los pasajeros. Basados en los datos suministrados se hace uso de una distribución de arribos aleatorio utilizando la función estadística triangular, utilizando la velocidad real de las cabinas, así como su tiempo de cargue y descargue de pasajeros.

2.2 Tipo de experimentación

Se ejecutan diez réplicas de una corrida de simulación de 16 horas, que representan un día de servicio del cable aéreo (de 6 a.m. a 10 p.m.), el cual arrojará datos del porcentaje de utilización de las cabinas y porcentaje de tiempo esperando de los usuarios en un día.

Para el mismo se hace uso del programa ProModel Versión 7, utilizando Output Viewer 4.0 3DR para la salida de resultados.

2.3 Definición del sistema

El sistema del cable aéreo funciona actualmente con 32 cabinas, y tiene una capacidad de diseño de hasta 57 cabinas. Las cabinas se mueven a 5 metros por segundo, el circuito completo tiene 3800 metros, con un tiempo de recorrido promedio de 20 minutos. Cuenta con tres estaciones que en días no festivos moviliza aproximadamente 3600 pasajeros al día, mientras que en días festivos este valor se incrementa ostensiblemente.

Los pasajeros llegan a las estaciones donde luego de comprar su tiquete esperan la llegada de la cabina y empiezan su recorrido, cada cabina tiene una capacidad para ocho pasajeros, así que si la cabina viene copada el usuario debe esperar la siguiente.

Dado lo anterior, un factor que emerge como una variable de interés central para estudios venideros es el correspondiente al número de cabinas del sistema, el cual está directamente asociado a indicadores de prestación de servicio y de utilización del sistema tales como el tiempo de llegada de las cabinas, el tiempo promedio de espera en la cola, número promedio de usuarios en espera de ser atendidos, porcentaje de utilización del sistema, entre otros.

Modelo conceptual para la simulación

A continuación se describen las características del modelo de simulación empleado como representación del sistema del Cable Aéreo de Manizales.

Entidades: el ejercicio de simulación realizado asumió como entidades a los usuarios del servicio, los cuales fueron clasificados en seis tipos de pasajeros según las estaciones de abordaje y de destino. Generándose seis posibles trayectos a considerar:

Tipo de pasajero	Estación	Destino
1	Fundadores	Betania (Fuente)
2	Fundadores	Cámbulos (Terminal)
3	Cámbulos (Terminal)	Betania (Fuente)
4	Cámbulos (Terminal)	Fundadores
5	Betania (Fuente)	Cámbulos (Terminal)
6	Betania (Fuente)	Fundadores

Tabla 2. Clasificación de los tipos de pasajeros empleados en la simulación

Descripción de los datos

Para este ejercicio se le dio a la estación Betania (o comúnmente reconocida entre los usuarios como Estación Fuente en asociación a la comuna donde se localiza) dos nombres: estación fuente1 que es la que dirige hacia Fundadores y la estación fuente2 que se dirige hacia el Terminal (Estación Cámbulos)

Pasajero	Estación	Destino	Tiempo Max(min)	Valor Modal	Tiempo Max(min)	Distribución triangular
PaFuenteFundadores	Betania1	Fundadores	0.17	2.6	21.3	T(.17,2.6,21.3)
PaFuente2Terminal	Betania2	Cámbulos	0.17	7.7	21.3	T(.17,7.7,21.3)
PaTerminalFundadores	Cámbulos	Fundadores	0.28	0.7	7.2	T(.28,0.7,7.2)
PaTerminalFuente	Cámbulos	Betania	0.28	6.3	7.2	T(.28,6.3,7.2)
PaFundadoresFuente1	Fundadores	Betania	0.22	5.0	5.4	T(.22,5,5.4)
PaFundadoresTerminal	Fundadores	Terminal	0.22	0.6	5.4	T(.22,.6,5.4)

Tabla 3. Parámetros de distribución estimados según información recolectada

Recursos: El recurso simulado es la cabina, con 32 unidades, ésta utilizada la Red cabina para moverse en el circuito. Empieza en el nodo "Fundadores" y si está vacío regresa a dicho nodo, busca el pasajero más cercano y se mueve a 5 metros por segundo.

Locaciones: se usaron como locaciones de simulación a las estaciones, las cuales tienen una capacidad infinita y funcionan con la regla de primero en entrar primero en salir (FIFO)

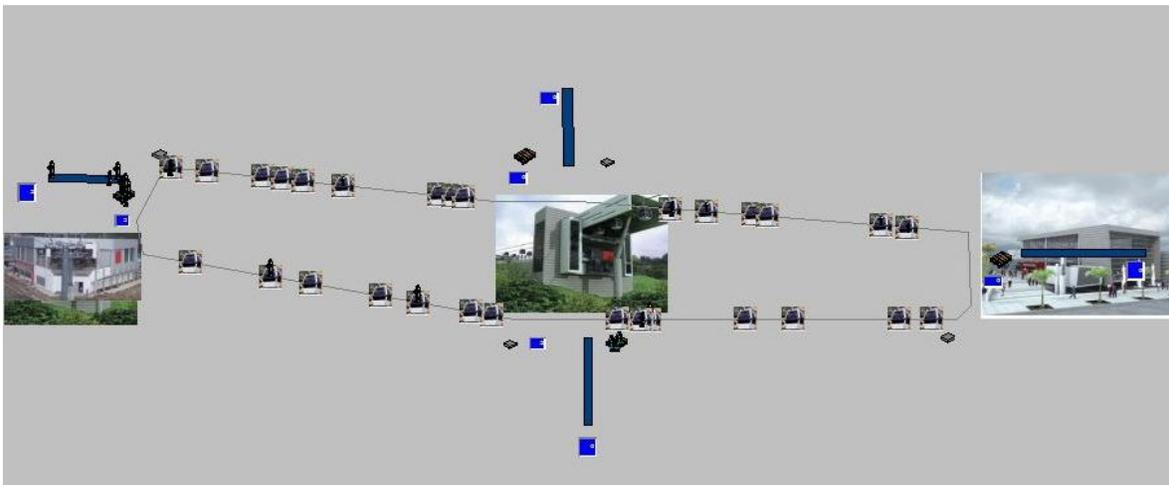


Gráfico 4. Salida en Promodel del modelo simulado

3. Resultados

3.1 Análisis exploratorio

Con la información suministrada por las directivas del CAM, se realizó un análisis exploratorio de los datos en procura de detectar patrones de comportamiento. Los datos suministrados correspondían al número de usuarios que utilizaron el sistema durante el periodo comprendido entre marzo 27 y abril 30 de 2012.

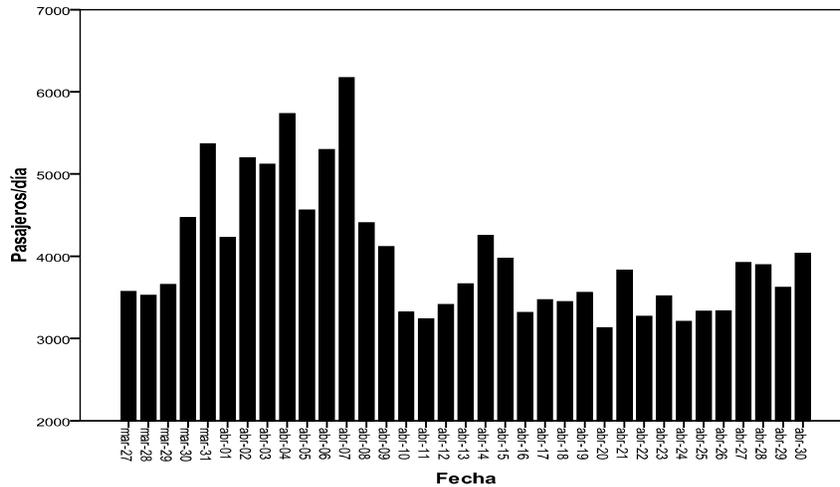


Gráfico 5. Diagrama de barras del número de pasajeros/día por fecha

En el gráfico anterior se evidencia el marcado incremento en la afluencia de pasajeros entre los días 30 de marzo y 9 de abril, periodo correspondiente a la Semana Santa. Dado lo anterior, y considerando que el objetivo es realizar el análisis para un día de comportamiento normal, se decide trabajar con los datos de las fechas posteriores a la Semana Santa.

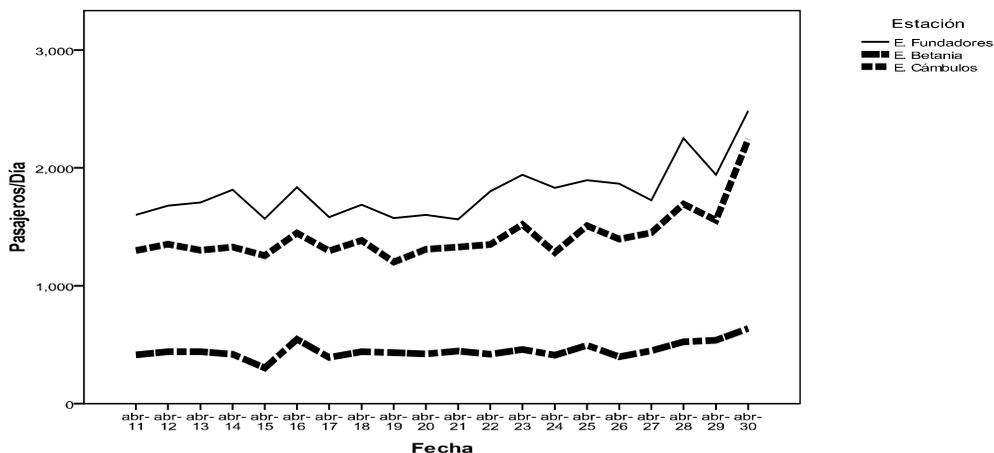


Gráfico 6. Diagramas de líneas de número de pasajeros/día por fecha según la estación

En el gráfico anterior se observa las grandes diferencias en flujo de pasajeros existentes entre las estaciones de Fundadores y Cámbulos en relación a la estación intermedia de Betania. Resultados que se consolidan en la siguiente tabla.

	Prom. Pasaj/hora (Por Estación)	Prom.Pasaj/hora (Por Trayectoria)	Prom.entre arribos (min) (Por Trayectoria)
Fundadores-Betania	108	15	4.0
Fundadores- Cámbulos		93	0.6
Betania-Fundadores	28	21	2.9
Betania-Cámbulos		7	8.6
Cámbulos-Betania	87	18	3.3
Cámbulos- Fundadores		69	0.9
Sistema	223		0.3

Tabla 4. Promedios de arribos por estación

Los resultados anteriores se convierten en materia prima para la estimación de los parámetros del sistema que permiten el cálculo de los indicadores de desempeño del mismo.

3.2 Resultados aproximación analítica

3.2.1 Modelo M/M/1

En este caso se realiza una aproximación simplificada del sistema, en donde los usuarios llegan a él sin discriminar la estación de ingreso ni el destino que tenga, es decir, se analiza al sistema como un todo. El promedio entre arribos de usuarios se estima con los datos históricos disponibles, mientras que la tasa de atención se calcula del potencial de usuarios que el sistema podría atender por día, de acuerdo a la capacidad instalada del sistema.

Periodo: 1 Día	
LAMBDA	3574,4
MU	10240
Ro	0,349
P0	0,651
Lq	0,187
Wq	0,000052
W	0,000150
L	0,536246

Tabla 5. Mediciones de desempeño asumiendo un modelo M/M/1

Los resultados reflejan una muy baja tasa de uso del sistema (34,9 %), con una probabilidad del 65,1% de que un usuario que ingrese al sistema encuentra el sistema sin colas. Pero obviamente, los resultados deberían mirarse con sigilo dada la simplicidad del modelo asumido.

3.2.2 Modelo de Redes abiertas de Jackson

Para el cálculo de las mediciones de desempeño del sistema bajo este modelo, se acudió a las estimaciones de las tasas de enrutamiento probabilístico (r_{ij}), obteniéndose los resultados que se muestran a continuación.

Nodos	r_{ij}				
	1	2	3	4	0
1	0	0.5454	0	0	0.4546
2	0	0	0.87	0	0.13
3	0	0	0	0.465	0.535
4	0.833	0	0	0	0.167

Tabla 6. Matriz de transición del sistema

De igual manera, se procede al cálculo de las mediciones de desempeño del sistema, resumido en la siguiente tabla.

Nodos	Γ_i	λ_i	μ_i	c_i	R_{oi}	P_{oi}	L_i	W_i
1	1734.2	3168	752	8	0.5266	0.0146	4.2973	0.0014
2	111.675	1839.5	752	8	0.3058	0.0866	2.4479	0.0013
3	1393.5	2993.8	752	8	0.4977	0.0185	0.4085	0.00014
4	335.025	1727.2	752	8	0.2871	0.1006	2.2979	0.00133
Sistema	3574.4			32			9.4516	0.0042

Tabla 7. Cálculo de mediciones de desempeño del sistema

De los resultados anteriores se obtiene que la tasa de utilización por estaciones son en orden decreciente: Fundadores (52.7%), Cábmulos (49.8%), Betania2 (30.6%) y Betania1(28.7%). Resultados que en términos generales son en definitiva bajos.

3.3 Resultados de Simulación

A continuación se resumen los resultados de la simulación realizada para el sistema bajo estudio con los parámetros anteriormente descritos.

Name	Replication	Units	Sched. Time (HR)	Work Time (HR)	No.Times Used	Avg. Usage (min)	AvgTravel To Use.min	% Utilization
Cabina	1	32	304	147.9	821	6.69	4.10	48.6
Cabina	2	32	304	150.7	837	6.68	4.09	49.6
Cabina	3	32	304	147.8	815	6.73	4.11	48.6
Cabina	4	32	304	146.2	806	6.77	4.06	48.1
Cabina	5	32	304	146.1	821	6.74	3.91	48.1
Cabina	6	32	304	151.7	831	6.74	4.19	49.9
Cabina	7	32	304	151.2	827	6.74	4.20	49.7
Cabina	8	32	304	149.3	830	6.66	4.10	49.1
Cabina	9	32	304	155.1	855	6.67	4.19	51.0
Cabina	10	32	304	143.8	798	6.75	4.03	47.3
Promedio						6.7	4.1	49.0

Tabla 8. Resultados arrojados de la simulación con Promodel para las distintas réplicas

La simulación arroja que en promedio las cabinas del Cable Aéreo de Manizales tienen una tasa de uso del 49%, con un tiempo promedio de desplazamiento de 6.7 minutos y un tiempo de espera promedio de 4.1 minutos. Indicadores que muestran un tiempo de atención de alta calidad para el usuario, pero con una tasa de uso bajo del sistema.

4. Conclusiones

En términos de los objetivos trazados para el presente estudio, en relación a la obtención de los indicadores de desempeño desde los enfoques analíticos y de simulación, se desprende que la simulación permite profundizar mucho más en el comportamiento del sistema analizado, dado que proporcionan un acercamiento mucho más certero a los problemas reales, en donde por lo general se contempla un alto grado de complejidad.

De igual forma, es importante reconocer la relevancia que tiene el uso de modelos teóricos como recurso de apoyo a la simulación, dado que proporcionan una excelente

forma de validar la representación del modelo simulado con respecto al modelo real, así como el permitir realizar cambios y ajustes al modelo con la tranquilidad de que los resultados obtenidos serán más acordes con la realidad.

Finalmente, y en relación al caso de estudio, se puede observar que en términos generales, el sistema de transporte del Cable Aéreo de Manizales, bajo la perspectiva de las medidas de desempeño orientadas al usuario, está trabajando en condiciones de alta calidad, dado que los tiempos de espera para uso del servicio son bajos y existen altas probabilidades de que un usuario encuentre disponible el transporte sin necesidad de hacer colas. Pero que desde la perspectiva de las medidas orientadas al gestor del sistema, se encuentra una tasa de uso muy baja de los recursos disponibles.

Dado lo anterior, sería recomendable la realización de estudios con mayor profundidad que permitan un modelamiento más detallado del sistema, y el posterior análisis de sensibilidad, conducentes a la búsqueda de escenarios de óptimo desempeño, tales como el número mínimo de cabinas que debería tener el sistema, sin sacrificar de manera sensible la calidad del servicio prestado.

Referencias

- (1) García S., J.P.: Teoría de colas. Grupo Rogle, Departamento de Organización de Empresas, Universidad Politécnica de Valencia (2011).
- (2) Giraldo, J. A.: Simulación de sistemas de producción y de servicios, Universidad Nacional de Colombia sede Manizales (2012).
- (3) Panico, J.A.: Teoría de las colas. Ediciones Economía y Empresas, Buenos Aires (1973).
- (4) Pazos A.,J., Suárez G., A., Díaz R.: Teoría de colas y simulación de eventos discretos. Editorial Pearson Educación, S.A. Madrid (2003).
- (5) Portilla,L., Arias, L., Fernández, S.: Análisis de líneas de espera a través de teoría de colas y simulación. Scientia Et Technica, vol. XVII, núm. 46, pp. 56-61, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia (2010).
- (6) Ortiz, J.E. ,Serrano, L.A.: Simulación de sistemas de transporte público masivo. Revista de Ingeniería e Investigación, vol. 26 No. 1. pp 51-57 (2006).
- (7) Alcaldía de Manizales:
<http://www.alcaldiamanizales.gov.co/images/INFORME%201%20CABLE%20AEREO.pdf>
- (8) Corporación Cable Aéreo de Manizales: <http://www.cableaereomanizales.com/historia.pdf>