

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM INTEIRA MISTA PARA A ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BANCOS DE CAPACITORES EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS

Érica Tatiane Almeida Ribeiro

acirerate@hotmail.com

Marcos Julio Rider Flores

mjrider@dee.feis.unesp.br

Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LaPSEE
Departamento de Engenharia Elétrica – UNESP – Ilha Solteira
Avenida Brasil, 56 – Centro
15.385-000 ILHA SOLTEIRA, SP, BRASIL

Abstract. This paper shows the development of a mixed integer second-order conic programming model to solve the allocation problem of fixed or switched capacitors banks in radial electrical distribution systems, with the aims to improve the voltage magnitude profile, reduce the active power losses and minimize the energy losses and investment costs. In the proposed model, the steady-state operation point of the radial distribution system is modeled through linear and second-order conic expressions. The use of second-order conic programming model guarantee convergence to optimality using existing optimization software. The test systems of 70, 136 and 202 nodes are used in order to show the accuracy of the mathematical model, as well as the efficiency of the proposed solution technique.

KEYWORDS: Optimal allocation of capacitors banks. Mixed integer second-order cone programming. Radial electrical distribution systems.

Notação

A notação usada neste artigo está descrita a seguir para uma referência rápida.

Conjuntos:

- Ω_b Conjunto de nós.
 Ω_d Conjunto de níveis de demandas.
 Ω_l Conjunto dos circuitos.

Variáveis:

- I_{ij} Magnitude da corrente no circuito ij .
 $I_{ij,d}$ Magnitude da corrente no circuito ij no nível de demanda d .
 $I_{ij,d}^{qdr}$ Variável que representa o quadrado de $I_{ij,d}$ no nível de demanda d .
 I_{ij}^{qdr} Variável que representa o quadrado de I_{ij} .
 $P_{i,d}^S$ Fluxo de potência ativa fornecido pela subestação no circuito ij no nível de demanda d .
 P_i^S Fluxo de potência ativa fornecido pela subestação no circuito ij .
 P_{ij} Fluxo de potência ativa no circuito ij .
 $P_{ij,d}$ Fluxo de potência ativa no circuito ij no nível de demanda d .
 $Q_{i,d}^S$ Fluxo de potência reativa fornecido pela subestação no circuito ij no nível de demanda d .
 Q_i^S Fluxo de potência reativa fornecido pela subestação no circuito ij .
 Q_{ij} Fluxo de potência reativa no circuito ij .
 $Q_{ij,d}$ Fluxo de potência reativa no circuito ij no nível de demanda d .
 V_i Magnitude de tensão no nó i .
 $V_{i,d}$ Magnitude de tensão no nó i no nível de demanda d .
 $V_{i,d}^{qdr}$ Variável que representa o quadrado de $V_{i,d}$ no nível de demanda d .
 V_i^{qdr} Variável que representa o quadrado de V_i .
 $n_{i,d}$ Número de módulos de capacitores operantes no nó i no nível de demanda d .
 n_i^{cp} Número de módulos de capacitores instalados no nó i .
 q_i Variável binária para alocação de um banco de capacitor fixo ou chaveado no nó i .
 q_i^{sw} Variável binária para alocação de um equipamento chaveado para módulos de capacitores no nó i .

Constantes:

- Z_{ij} Impedância do circuito ij .
 R_{ij} Resistência do circuito ij .
 X_{ij} Reatância do circuito ij .
 P_i^D Demanda de potência ativa no nó i .
 $P_{i,d}^D$ Demanda de potência ativa no nó i no nível de demanda d .
 Q_i^D Demanda de potência reativa no nó i .
 $Q_{i,d}^D$ Demanda de potência reativa no nó i no nível de demanda d .
 \underline{V} Magnitude da tensão mínima (kV).
 \overline{V} Magnitude da tensão máxima (kV).
 V^{nom} Magnitude da tensão nominal.

\bar{I}_{ij}	Limite máximo da magnitude de corrente no circuito ij .
Q^{cp}	Potência Reativa de cada módulo de capacitor (kVAr).
k_c	Capital da taxa de recuperação da construção do capacitor.
c_d^{ls}	Custo da energia nos níveis de demanda d (US\$/kWh).
c^{un}	Custo unitário de cada módulo de capacitor (US\$).
c^{sw}	Custo do equipamento dos bancos de capacitores chaveados (US\$).
c^{fx}	Custo de instalação dos bancos de capacitores fixos ou chaveados (US\$).
D_d	Número de horas em um ano do nível de demanda d (h).
t_l	Taxa de juros no custo das perdas de potência.
$\overline{n^{cp}}$	Número máximo de bancos de capacitores fixos ou chaveados que podem ser adicionados no sistema.
$\overline{n_b^{cp}}$	Número máximo de módulos de capacitores que podem ser instalados no nó do sistema.

1 Introdução

O planejamento da expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica (PESD) é um processo que busca identificar e unir o conjunto de investimentos que garantam uma operação econômica e confiável da sua rede [1]. Assim, altos custos de investimentos e de operação ressaltam a importância do PESD [2].

Um dos grandes problemas no PESD é manter o perfil das magnitudes de tensão dentro dos limites de operação estabelecidos pelo órgão que regulamenta a concessão destas empresas [3], pois se a magnitude de tensão ultrapassar esses limites, a empresa será penalizada [2]. Com isso, as concessionárias procuram solucionar este problema no aspecto técnico e econômico, tentando manter a qualidade do serviço para os consumidores, conforme estabelecido pelo órgão regulamentador, já que um perfil da magnitude de tensão adequado, além de satisfazer os consumidores, traz benefícios às distribuidoras, fazendo com que os equipamentos operem corretamente e diminuem as perdas de potência ativa do sistema de distribuição [4].

O desenvolvimento de modelos matemáticos de otimização e de técnicas de solução para resolver o problema de PESD são de suma importância para as empresas distribuidoras, devido ao crescimento da demanda e à necessidade de atender os consumidores, dentro ou fora de sua área de concessão, com qualidade de fornecimento de energia, segurança, altos índices de confiabilidade, proteção ao meio ambiente e custos competitivos.

Ferramentas computacionais desenvolvidas a partir de técnicas de otimização e heurísticas adotadas no processo de planejamento, podem acarretar reduções substanciais nos custos de expansão e operação. Desta forma, torna-se importante para os departamentos de planejamento das empresas do setor elétrico de distribuição o desenvolvimento dessas ferramentas computacionais para análise e planejamento que contemplem a confiabilidade e a qualidade do fornecimento de energia elétrica de maneira econômica, levando-se em consideração o montante dos investimentos a serem aplicados nos projetos de PESD.

Ao encontrar um problema de perfil de tensão no sistema de distribuição primário de energia elétrica, uma das soluções que é muito praticada pelas empresas é a alocação de bancos de capacitores em nós adequados e com um controle ótimo de seus pontos de operação.

Os bancos de capacitores são instalados para reduzir as perdas de energia, melhorar o perfil das magnitudes de tensão e corrigir o fator de potência do sistema, entre outras vantagens, que são adquiridas dependendo da localização, capacidade e tamanho do banco de capacitor. Estas escolhas são complexas, pois os sistemas de distribuição são extensos, mas com as pesquisas, gradativamente obtém-se um modelo matemático mais exato, utilizando melhores técnicas para encontrar soluções mais próximas às soluções globais ou a própria solução global. Desde 1960 o problema de alocação ótima de bancos de capacitores é estudado, mas foi em 1980 que surgiram os modelos matemáticos que são usados até hoje [5].

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo cônico de segunda ordem inteiro misto para resolver o problema de dimensionamento e alocação de bancos de capacitores fixos e chaveados ao longo dos alimentadores primários de sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) radiais, com o objetivo de melhorar o perfil de tensão, minimizar as perdas de potência ativa nos trechos da rede e a minimização dos custos de instalação dos bancos de capacitores. O uso de um modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista (MCSOIM) garantem a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes.

2 Fluxo de Carga

O objetivo principal do cálculo de fluxo de carga (FC) é determinar o estado de operação em regime permanente do sistema elétrico [6], obtendo as magnitudes de tensões e os ângulos de fase em todos os nós, e, conseqüentemente, outras grandezas derivadas destas, como fluxos de potências ativa e reativa, magnitudes da corrente nos circuitos, potências reativas dos geradores, perdas de potências ativa e reativa, entre outras. Matematicamente o problema de FC pode ser modelado como um sistema de equações algébricas não lineares.

Os sistemas de distribuição de energia elétrica apresentam duas características muito específicas. A primeira é que eles operam de forma radial, não apresentando laços ou malhas, o que é uma vantagem porque simplifica a complexidade do problema de FC. A segunda é que alguns apresentam uma relação R/X muito elevada quando comparada com valores típicos encontrados nos sistemas de transmissão e sub-transmissão, sendo uma desvantagem, pois pode produzir divergência no processo da resolução do problema de FC.

2.1 Hipóteses

A fim de representar o funcionamento em regime permanente de um sistema de distribuição de energia, são feitas as seguintes hipóteses:

1. As demandas das cargas no sistema de distribuição são representadas como potências ativa e reativa constantes;
2. No circuito ij o nó i está mais próximo da subestação que o nó j ;
3. As perdas de potências ativa e reativa no circuito ij estão concentradas no nó i ;
4. O sistema é balanceado e representado pelo seu equivalente monofásico.

A ilustração de uma parcela de um sistema de distribuição está apresentada na Figura 1.

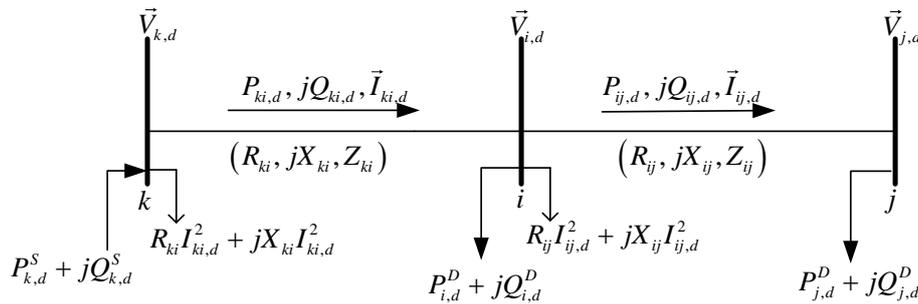


Fig. 1. — Sistema de distribuição de três nós

As quatro considerações são mostradas na Figura 1, em que $\vec{V}_{i,d}$ e $\vec{I}_{ij,d}$ são os fasores da tensão no nó i e o fluxo de corrente no circuito ij , respectivamente, no nível de demanda d . $R_{ij}I_{ij,d}^2$ e $X_{ij}I_{ij,d}^2$ são as perdas de potências ativa e reativa do circuito ij , respectivamente, no nível de demanda d .

2.2 Modelo Não Linear

O sistema de equações não lineares para representar o problema FC é frequentemente resolvido utilizando o método de varredura [7 - 9]. No entanto, é possível calcular este ponto de operação resolvendo um problema de programação não linear.

O modelo para o problema de programação não linear, o qual calcula o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial está mostrado nas equações (1)-(7).

$$\min v = \sum_{d \in \Omega_d} D_d \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_{i,d}^s = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (2)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + Q_{i,d}^s = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (3)$$

$$V_{i,d}^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d}) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{qdr} - V_{j,d}^{qdr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (4)$$

$$V_{j,d}^{qdr} I_{ij,d}^{qdr} = P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (5)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{qdr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (6)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (7)$$

Em que $V_{i,d}^{qdr}$ e $I_{ij,d}^{qdr}$ são as variáveis que representam o quadrado da magnitude de tensão no nó i e o quadrado da magnitude do fluxo de corrente no circuito ij , respectivamente, nos diferentes níveis de demanda, que são utilizadas para substituir as variáveis $V_{i,d}^2$ e $I_{ij,d}^2$. A função objetivo (1) representa a minimização das perdas de energia do sistema. A restrição (2) representa o balanço de potência ativa. A restrição (3) representa o balanço de potência reativa. A restrição (4) define a queda de tensão. A restrição (5) representa o cálculo da magnitude do fluxo da corrente. A restrição (6) representa o limite inferior e superior da magnitude de tensão ao quadrado. A restrição (7) representa os limites do fluxo de corrente no circuito ij , no nível de demanda d . Note que (1), (2), (3), (4), (6) e (7) são equações lineares, enquanto (5) é uma equação não linear devido ao produto de $V_{j,d}^{qdr}$ e $I_{ij,d}^{qdr}$, e o quadrado dos fluxos de potência ativa e reativa.

2.3 Programação Cônica

Problemas de programação cônica podem ser vistos como uma generalização dos problemas de programação linear, e um caso particular é a programação cônica de segunda ordem (SOCP – Second-Order Cone Programming), também conhecido como cones de Lorentz. Estes, são problemas convexos de otimização, em que uma função objetivo linear é minimizada sobre restrições lineares e restrições de cone quadrático, ou seja, o problema de otimização cônica é um problema de otimização linear mais uma restrição da forma, $x \in C$, em que C é um cone convexo.

Cones convexos são os principais itens envolvidos na otimização cônica, cuja definição é:

Um conjunto C é um cone se, e somente se:

- ele é fechado sob um escalar multiplicativo não negativo, ou seja,

$$x \in C \Rightarrow \lambda x \in C \text{ para todo } \lambda \in \mathfrak{R}^+$$

- ele é fechado sob a adição,

$$x \in C \text{ e } y \in C \Rightarrow x + y \in C$$

- ele possui o elemento nulo,

$C \cap -C = \{0\}$, onde $-C$ significa o conjunto $\{x \mid -x \in C\}$

A seguir está representada uma forma de cone convexo.

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : 2x_1x_2 \geq \sum_{j=3}^n x_j^2, \quad x_1, x_2 \geq 0 \right\}$$

Pela importância e aplicabilidade do problema SOCP há softwares específicos para sua resolução, como por exemplo, o CVXOPT e o SeDuMi e os solvers comerciais CPLEX e MOSEK.

2.4 Modelo Cônico de Segunda Ordem

O ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial pode também ser calculado usando um problema de programação cônico de segunda ordem, em que a equação (5) de igualdade não linear, quando escrita com uma desigualdade ela passa a ser uma restrição cônica, como mostrada na equação (8). Assim obtemos o modelo cônico de segunda ordem utilizando as equações (1),(2),(3),(4),(6) e (7) do modelo não linear e substituímos a equação (5) pela equação (8).

$$V_{j,d}^{qdr} I_{ij,d}^{qdr} \geq P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (8)$$

Note que, este é um problema cônico convexo que pode ser resolvido com o solver comercial CPLEX com o objetivo de encontrar o ótimo global. O modelo é simples, funcional e não possui acréscimo de variáveis contínuas, variáveis binárias e nem restrições, tornando-o mais rápido computacionalmente.

Considerando que: 1) característica de operação radial dos sistemas de distribuição; 2) não negatividade das variáveis V_i^{qdr} e I_{ij}^{qdr} ; e 3) relação entre as variáveis V_j^{qdr} , I_{ij}^{qdr} , P_{ij} e Q_{ij} para cada linha ij , é possível mostrar que no ponto ótimo do problema (1)-(4) e (6)-(8), a restrição cônica (8) está ativa e é igual à restrição (5) do problema não linear, assim existe uma equivalência entre o modelo não linear (1)-(7) e o modelo cônico de segunda ordem (1)-(4) e (6)-(8).

Exemplo ilustrativo: o problema de programação não linear (9)-(11) é dado por:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} \quad (9)$$

Sujeito a

$$V_i^{qdr} - 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{qdr} - V_j^{qdr} = 0 \quad (10)$$

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad (11)$$

A solução do problema (9)-(11) pode ser obtida graficamente, como mostrada na Figura 2.

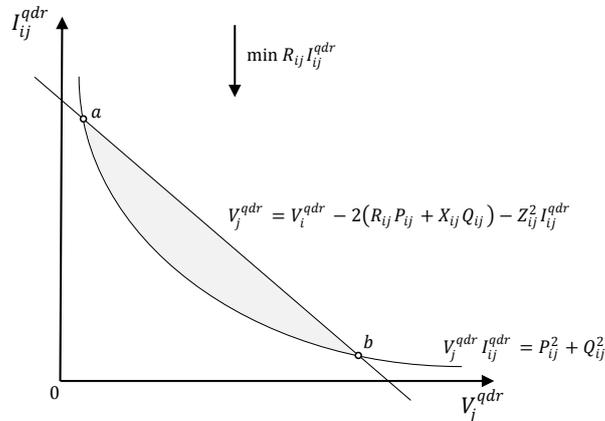


Fig. 2. — Solução ótima

A área sombreada é a região factível do problema definida pelas restrições (10)-(11). A solução do problema (9)-(11) é dada pelo ponto b da Figura 2 e a restrição (11) está ativa.

3 Alocação Ótima de Bancos de Capacitores em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Radiais

Para o problema de alocação ótima de bancos de capacitores em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais, o modelo não linear inteiro misto para alocação de BCs tem problemas de convergência para sistemas de grande porte, portanto para solucionar este problema utilizamos o modelo cônico de segunda ordem.

3.1 Bancos de Capacitores Fixos e Chaveados

Os bancos de capacitores (BCs) instalados nos SDEE radiais são fontes de potência reativa. Os BCs são formados por um ou mais módulos de capacitores. Eles podem ser fixos ou chaveados. Os bancos de capacitores fixos permanecem conectados em todos os níveis de demanda, já os bancos de capacitores chaveados possuem um equipamento para controlar a quantidade de potência reativa injetada na rede de distribuição em cada nível de demanda [10].

O objetivo da instalação destes bancos de capacitores é a regulação do perfil da magnitude de tensão para que a mesma esteja dentro dos limites considerados adequados em todos os pontos de consumo.

Cada unidade padrão (módulo de capacitor) do banco de capacitor tem um valor Q^{cp} , com um custo por unidade, c^{un} . Tanto os capacitores fixos quanto os chaveados têm um custo de instalação, c^{fx} . Além disso, os capacitores chaveados tem um custo associado, c^{sw} , do equipamento de chaveamento da unidade padrão do capacitor.

Para exemplificar, na Figura 3 estão as representações dos modelos de bancos de capacitores fixos e chaveados, respectivamente.

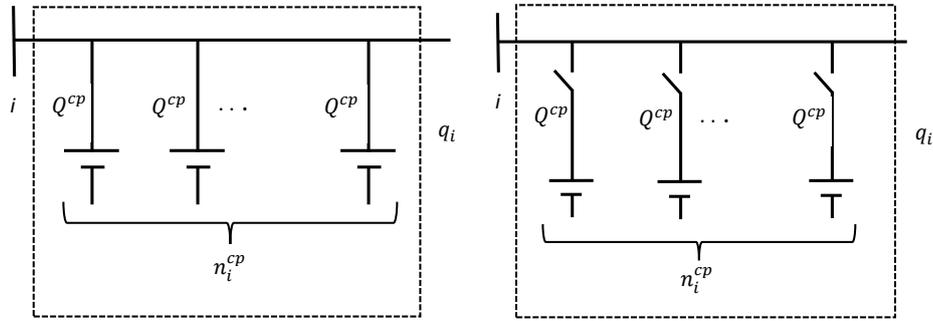


Fig. 3. — Alocação de bancos de capacitores fixos e chaveados

3.2 Modelo Cônico de Segunda Ordem para o Problema de Alocação de Bancos de Capacitores

Como já notamos, apenas a restrição (5) é não linear, devido ao produto de $V_{j,d}^{qdr}$ e $I_{ij,d}^{qdr}$, e ao quadrado dos fluxos de potência ativa e reativa ($P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$). Podemos substituir esta restrição por $V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ e obtermos o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto (MCSOIM).

O problema de alocação de bancos de capacitores pode ser modelado como um problema de programação cônica de segunda ordem inteira mista (MCSOIM) como segue adiante.

$$\min k_c \sum_{i \in \Omega_b} (c^{fx} q_i + c^{sw} q_i^{sw} + c^{un} n_i^{cp}) + t_l \sum_{d \in \Omega_d} c_d^{ls} D_d \sum_{ij \in \Omega_l} (R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) \quad (12)$$

Sujeito a

restrições (2), (4), (6)-(8)

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + Q_{i,d}^s + Q^{cp} n_{i,d} = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (13)$$

$$0 \leq n_i^{cp} \leq \overline{n}_b^{cp} q_i \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (14)$$

$$n_{i,d} \leq n_i^{cp} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (15)$$

$$-\overline{n}_b^{cp} q_i^{sw} \leq n_{i,d} - n_{i,d-1} \leq \overline{n}_b^{cp} q_i^{sw} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \mid d > 1 \quad (16)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} q_i \leq \overline{n}^{cp} \quad (17)$$

$$n_{i,d} \text{ inteiro} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (18)$$

$$q_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (19)$$

$$q_i^{sw} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (20)$$

A seguir está a descrição de cada restrição do modelo matemático cônico de segunda ordem inteiro misto. A função objetivo (12) representa o custo total. A primeira parte representa o custo de investimento e a segunda parte representa o custo anual das perdas de energia. Note que, na formulação a variável $I_{ij,d}^{qdr}$ é usada para representar $I_{ij,d}^2$. A restrição (2) representa o balanço de potência ativa. Note que, $V_{i,d}^{qdr}$ é usado para representar $V_{i,d}^2$. A restrição (4) define a queda de tensão. A restrição (6) representa o limite inferior e superior da magnitude de tensão ao quadrado. A restrição (7) representa os limites do fluxo de corrente no circuito ij , no nível de demanda d . A restrição (8) representa o cálculo da magnitude do fluxo da corrente usando uma restrição cônica de segunda ordem. A restrição (13) representa o balanço de potência reativa, considerando a presença de capacitores. A restrição (14) representa o limite de número de módulos de capacitores instalados no nó i . A restrição (15) representa o número de módulos de capacitores instalados no nó. A restrição (16), indica que o número de unidades de módulos dos capacitores chaveados pode ser diferente em cada nível de carga, enquanto que o número de módulos é igual em todos os níveis de carga os capacitores fixos. A restrição (17) representa o número máximo de bancos de capacitores que podem ser instalados no sistema. A restrição (18) representa a variável inteira ($n_{i,d}$) que define o número de módulos de capacitores operantes no nó i , no nível de demanda d . A restrição (19) representa a variável binária (q_i), que decide pela alocação ou não dos bancos de capacitores fixos ou chaveados no nó i . A restrição (20) representa a característica binária da variável q_i^{sw} , e decide pela alocação ou não do equipamento de chaveamento nos bancos de capacitores no nó i .

4 Testes e Resultados

O modelo proposto foi testado usando os sistemas testes de 70, 136 e 202 nós. Os testes têm como objetivo validar o modelo matemático, assim como mostrar a eficiência da técnica da solução proposta para determinar a alocação ótima de bancos de capacitores em SDDE radiais. O modelo cônico de segunda ordem para o problema de alocação de bancos de capacitores, foi implementado na linguagem de modelagem AMPL [11] e solucionado usando o solver comercial CPLEX [12], chamado com suas opções padrões.

Para os testes foram considerados um custo de US\$ 1000,00 por instalação dos bancos de capacitores, de US\$900,00 por cada unidade padrão do banco de capacitor e de US\$ 300,00 por equipamento de chaveamento do banco de capacitor chaveado. As taxas de juros no custo das perdas de potência e de recuperação da construção do capacitor são iguais a 1,0. A potência reativa gerada é de 300 kVAr por módulo de capacitor. O custo de perdas é de US\$ 0,06 por kWh para os sistemas de 70 e 136 nós e de US\$ 0,02 por kWh para os sistemas de 202 nós.

4.1 Sistema de distribuição de 70 nós

Os dados do sistema de distribuição de 70 nós foram obtidos de [13]. Para este sistema foram considerados três níveis de demanda: demanda leve (1), demanda média (2) e demanda pesada (3). As demandas leve e média correspondem a 50% e 80%,

respectivamente da demanda pesada. O número de horas no ano é de 8.760 horas, sendo dividido para os níveis de demanda leve, média e pesada com uma duração de 1.000, 6.760 e 1.000 horas, respectivamente. Foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 12,66 kV e 12,027 kV, respectivamente. Sendo que, a magnitude de tensão mínima é calculada seguindo os padrões exigidos pelas normas da ANEEL [3].

O perfil da magnitude de tensão inicial do sistema (antes da alocação dos bancos de capacitores), obtido do FC calculado, usando o MCSO, a magnitude de tensão violou os limites de tensão recomendado pela ANEEL, com o valor de 11,5102 kV, localizada no nó 66. O custo total de perdas de energia foi igual a US\$ 72.942. Para eliminar as violações das magnitudes de tensão, bancos de capacitores fixos ou chaveados serão instalados no sistema usando o modelo proposto, com um valor de $\overline{n^{cp}}$ igual a seis e $\overline{n_b}$ igual a quatro.

O MCSOIM apresentam 140 variáveis binárias e 1.943 restrições. A solução ótima encontrada pelo solver CPLEX foi a alocação de três BC, um fixo (no nó 13), com dois módulos de capacitores, e dois chaveados (nos nós 62 e 65). O BC no nó 62 contém quatro módulos de capacitores, operando dois na demanda leve, três na demanda média e quatro na demanda pesada, e o BC no nó 65 contém quatro módulos de capacitores, estando em operação um na demanda média e quatro na demanda pesada. Após esta alocação dos BCs, o novo perfil da magnitude de tensão ficou dentro da faixa de regulação.

Com a alocação dos BCs, o problema de violação das magnitudes de tensão nos nós do sistema foi resolvido, sendo o menor valor igual a 12,0304 kV obtido com o MCSOIM, localizado no nó 62 da demanda pesada. Um resumo dos resultados obtidos com o MCSO e no MCSOIM é mostrado na Tabela 1.

Tabela 1. — Resultados do sistema de 70 nós

Modelos	Perdas de Potência (kW) por demanda			Tensão Mínima por nível de demanda		
	1	2	3	1	2	3
FC	52,89	140,36	224,94	12,11	11,76	11,51
MCSOIM	36,15	93,82	204,81	12,25	12,03	12,03

Da análise dos dados contidos na Tabela 1 constatamos que com a alocação de bancos de capacitores obtido com o MCSOIM, as perdas de potência ativa diminuíram em todos os níveis de demanda, quando comparadas com os valores obtidos com o MCSO, sem alocação de BCs. Como consequência, tem-se um custo com as perdas de energia menor, mesmo com o custo de investimento para a alocação dos BCs, o custo total foi menor, como mostrado na Tabela 2.

Tabela 2. — Resultados da alocação de BC no sistema de 70 nós

Modelo	Bancos de Capacitores (kVAr)					Custo das Perdas de Energia (US\$)	Custo de Investimento (US\$)	Custo Total (US\$)
	Nó	Tipo	Demanda					
			1	2	3			
MCSOIM	13	Fixo	600	600	600	52.510	12.600	65.110
	62	Chaveado	600	900	1200			
	65	Chaveado	0	300	1200			

Ao compararmos os modelos sem e com alocação de BCs, notamos que após a alocação dos BCs houve uma redução do custo total (função objetivo) de US\$ 72.942 para US\$ 65.110. Isto mostra uma das vantagens da instalação dos BC. O tempo computacional para esta solução foi de 216,20 segundos. Quando comparado o resultado do modelo MCSOIM com o obtido em [13], vimos que o custo total de US\$ 66.995 foi maior que a solução obtida neste trabalho.

4.2 Sistema de distribuição de 136 nós

Os dados do sistema de distribuição de 136 nós foram retirados do site do LAPSEE (Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica). Para o problema de alocação de BCs com três níveis de demanda foram considerados: demanda leve (1), demanda média (2) e demanda pesada (3), sendo que a demanda leve e pesada corresponde a 60% e 150% da demanda média, respectivamente. O número de horas no ano é de 8.760 horas, sendo que os níveis de demanda leve, média e pesada correspondem a uma duração de 1.000, 6.760 e 1.000 horas respectivamente. Foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 13,8 kV e 12,83 kV, respectivamente. A magnitude de tensão mínima é calculada seguindo os padrões exigidos pela ANEEL.

Neste sistema a magnitude de tensão mínima, antes da alocação de BCs, estava violando o limite mínimo exigido, no nó 118 com MCSO, com o valor de 12,2881 kV. O custo total de perdas de energia foi igual a US\$ 181.802.

Para que não haja violações da magnitude de tensão, bancos de capacitores fixos ou chaveados serão instalados no sistema usando o modelo proposto MCSOIM, com \overline{n}^{cp} e \overline{n}_b^{cp} iguais a quatro.

O MCSOIM apresentam 272 variáveis binárias e 3.695 restrições. A solução ótima encontrada pelo solver CPLEX para o modelo MCSOIM é a alocação de quatro BCs fixos (nos nós 14, 32, 106 e 109), com dois módulos de capacitores nos nós 14 e 32, quatro no nó 106 e um no nó 109.

Depois desta alocação dos BCs, o novo perfil da magnitude de tensão está dentro da faixa adequada. O problema de violação das magnitudes de tensão nos nós do sistema foi resolvido, tendo o menor valor de 12,8604 kV localizado no nó 118. Na Tabela 3 e na Tabela 4 são mostrados resumos dos resultados obtidos com os MCSO e MCSOIM.

Tabela 3. — Resultado após a alocação de BC no sistema de 136 nós

Modelos	Perdas de Potência (kW) por demanda			Tensão Mínima por nível de demanda		
	1	2	3	1	2	3
MCSO	111,70	320,28	753,28	13,25	12,84	12,29
MCSOIM	105,75	286,65	674,58	13,56	13,38	12,86

Ao analisar o Tabela 3, percebe-se que com a alocação de BCs, quando comparados com os valores obtidos com o MCSO, sem alocação de BC, houve uma redução de perdas de potência ativa, em cada nível de demanda, ocasionando portanto um custo menor de perdas de energia. Mesmo com o custo de investimento feito para a alocação dos BCs, o custo total é menor que no caso sem alocação de BCs, como mostrado no Tabela 4.

Tabela 4. — Resultados da alocação de BC no sistema de 136 nós

Modelo	Bancos de Capacitores (kVAr)					Custo das Perdas de Energia (US\$)	Custo de Investimento (US\$)	Custo Total (US\$)
	Nó	Tipo	Demanda					
			1	2	3			
MCSOIM	14	Fixo	600	600	600	163.085	12.100	175.185
	32	Fixo	600	600	600			
	106	Fixo	1200	1200	1200			
	109	Fixo	300	300	300			

Ao comparar os modelos sem e com alocação de BCs, nota-se que após a alocação dos BCs, o sistema testado tornou-se factível e houve uma redução do custo total (função objetivo) de US\$ 181.802 para US\$ 175.185 utilizando o MCSOIM, o que garante a eficácia da instalação dos BCs. O tempo computacional gasto para esta solução foi de 26.390,67 segundos.

Portanto, para garantir à confiabilidade dos resultados, a solução encontrada pelo MCSOIM foi testada com o MNLIM, com o objetivo de calcular o ponto de operação exato para a solução. Assim obtivemos um custo total de US\$ 175.182.

Contudo, concluímos que o MCSOIM, ver Tabela 4, o seu valor se aproxima do MNLIM.

4.3 Sistema de distribuição de 202 nós

Os dados do sistema de distribuição de 202 nós foram retirados de [14]. Os valores das demandas correspondem a uma situação de demanda média, sendo que para este problema de alocação de BCs foram considerados os níveis de demanda média e demanda pesada, em que a demanda pesada corresponde a 166% da demanda média. O número de horas no ano para os níveis de demanda média e pesada são de 7760 e 1000, respectivamente. Foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 13,8 kV e 12,83 kV, respectivamente. O valor do custo de perdas para este sistema é de US\$ 0,02 por kWh.

A magnitude de tensão mínima, antes da alocação de BCs está localizada no nó 202 para o MCSO, com os valores de 12,7844 kV e 12,7842 kV, respectivamente. Os custos totais de perdas de energia foram iguais US\$ 117.748 para o MCSO.

Para resolver este problema das violações das magnitudes de tensão, bancos de capacitores fixos ou chaveados serão instalados no sistema usando o modelo proposto, com um valor de $\overline{n^{cp}}$ e $\overline{n_b^{cp}}$ iguais a seis.

O MCSOIM apresentam 404 variáveis binárias, 3585 restrições, respectivamente. A solução ótima encontrada pelo solver CPLEX para o MCSOIM a solução é alocar dois BCs fixo, nos nós 130 e 200, ambos com 5 módulos de capacitores.

O problema de violação das magnitudes de tensão nos nós do sistema foi resolvido, sendo o menor valor de 12,8931 kV para o MCSOIM localizado no nó 202.

No Tabela 5 e no Tabela 6 são mostrados resumos dos resultados obtidos para os modelos MCSO, MLIM e MCSOIM.

Tabela 5. — Resultado após a alocação de BC no sistema de 202 nós

Modelos	Perdas de Potência (kW) por demanda		Tensão Mínima por nível de demanda	
	Média	Pesada	Média	Pesada
MCSO	552,01	1.603,64	13,21	12,78
MCSOIM	492,57	1.483,48	13,31	12,89

Com a análise da Tabela 5, nota-se que ao alocar BCs houve redução de perdas de potência ativa, em cada nível de demanda, ocasionando um custo de perdas de energia e um custo total menor, mesmo com o custo de investimento feito para a alocação dos BCs, como mostrado na Tabela 6.

Tabela 6. — Resultados da alocação de BC no sistema de 202 nós

Modelo	Bancos de Capacitores (kVAr)				Custo das Perdas de Energia (US\$)	Custo de Investimento (US\$)	Custo Total (US\$)
	Nó	Tipo	Demanda				
			Média	Pesada			
MCSOIM	130	Fixo	1500	1500	106.117	11.000	117.117
	200	Fixo	1500	1500			

Ao compararmos os modelos sem e com alocação de BC, notamos que após a alocação dos BCs houve uma redução do custo total (função objetivo) de US\$ 117.748 para US\$ 117.117 com o MCSOIM. Isto mostra a eficácia da instalação dos BCs. O tempo computacional gasto para achar esta solução foi de 133,12 segundos.

Referências

1. NG, H. N.; SALAMA, M. M. A.; CHIKHANI, A. Y. Classification of Capacitor Allocation Techniques. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 15, n.1, p. 387-392 January 2000.
2. GÖNEN, T. Electric Power Distribution Systems Engineering. New York: McGraw-Hill, 1986.
3. ANEEL (2001). Resolução N°505 - Conformidades dos Níveis de Tensão em regime Permanente nos Sistemas de Energia Elétrica - 26 de novembro de 2001. 19 p. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: 04 setembro 2012.
4. KERSTING, W. H. Distribution System Modeling and Analysis. CRC Press, 2001, ch. 7: Regulation of Voltages, p. 145-198.
5. HAFFNER, S.; GASPERIN, L. V.; PEREIRA, L. A.; BARRETO, L. Alocação de Bancos de Capacitores em Redes de Distribuição de Energia Visando Eliminar Violações de Tensão. **Revista Controle & Automação**, v. 20, n.4, p. 546-563, 2009.
6. ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P. e HARKER, B. J. (1991). **Computer Analysis of Power** BYRD, R. H.; NOCEDAL, J. e WALTZ, R. A. KNITRO: An integrated package for nonlinear optimization. **Large-Scale Nonlinear Optimization**, New York, Springer Verlag, p. 35-59, 2006.]
7. CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. **IEEE Transactions Power Delivery**, New York, v. 5, n. 1, p. 391-396, Jan. 1990.
8. SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A. e LLUO, G. X. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. **IEEE Transactions Power Systems**, New York, v. 3, n. 2, p. 753-762, may 1988.
9. SEGURA, S.; ROMERO, R.; RIDER, M. J. Efficient Heuristic Algorithm Used for Optimal Capacitor Placement in Distribution Systems. **Electrical Power and Energy Systems**, p. 71-78, 2010.
10. SEGURA, S. **Alocação Ótima de Bancos de Capacitores em Sistemas de Distribuição Radial**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Março 2006. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.
11. FOURER, R.; GAY, D. M. e KERNIGHAN, B. W. **AMPL: A modeling language for mathematical programming**. CA: Brooks/Cole-Thomson Learning, Pacific Grove, 2nd Ed., 2003.
12. “**CPLEX Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0**,” CPLEX Division, ILOG Inc., Incline Village, NV, USA, 2008.
13. FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; LAVORATO, M.; ROMERO, R. A Mixed-Integer LP Model for the Optimal Allocation of Voltage Regulators and Capacitors in Radial Distribution Systems. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, New York, v. 48, p. 123-130, June 2013.
14. ALVES, R. P. **Localização Ótima de Reguladores de Tensão em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Radiais Usando uma Formulação Linear Inteira Mista**. Fevereiro 2012. 95 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012.