

# Enfoque de Programación Entera para la Programación de Evaluaciones basada en Malla Curricular

Alejandro Cataldo<sup>1,a</sup>    Juan-Carlos Ferrer<sup>1,b</sup>    Jaime Miranda<sup>2,c</sup>    Pablo Rey<sup>3,d</sup>  
Antoine Sauré<sup>4,e</sup>

<sup>1</sup>School of Engineering, Pontificia Universidad Católica de Chile, Vicuña Mackenna 4860, Santiago, Chile.

<sup>2</sup>School of Economics and Business, Universidad de Chile, Diagonal Paraguay 257, Santiago, Chile

<sup>3</sup>School of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Universidad Diego Portales, Ejército 441, Santiago, Chile.

<sup>4</sup>Sauder School of Business, University of British Columbia, 2053 Main Mall Vancouver, BC V6T 1Z2, Canadá

<sup>a</sup>aecatald@uc.cl, <sup>b</sup>jferrer@ing.puc.cl, <sup>c</sup>jmirandap@fen.uchile.cl, <sup>d</sup>pablo.rey@udp.cl, <sup>e</sup>antoine.saure@sauder.ubc.ca

## Resumen

Este paper describe el Curriculum-based ETP, una nueva versión del ETP basada en las mallas curriculares de las diferentes carreras que comparten recursos en una misma institución educacional. El enfoque propuesto para resolver este problema se estructura en cuatro etapas secuenciales. La primera etapa consiste en un procesamiento y transformación de la información. Las siguientes tres etapas contemplan la formulación de un problema de programación lineal entera-mixta que una vez resuelto su solución se convierte en un input para la etapa siguiente. Los beneficios del uso de este enfoque jerárquico de solución se evalúan a través de la resolución de un conjunto de instancias reales y artificiales creadas a partir de la información provista por la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales, mostrando la efectividad de éste enfoque respecto de la resolución manual.

**Keywords:** Scheduling, Examination Timetabling, Curriculum-Based y Problem Decomposition.

## 1. Introducción

La programación de horarios, ya sea de cursos, salas de clases, exámenes u otros, es un problema al que muchas instituciones educativas se ven enfrentadas. En la literatura de Operation Research este tipo de problema es conocido como un problema de calendarización de actividades o Timetabling, que ha sido definido por Wreng (1996) como “the allocation, subject to constraints, of given resources to objects being placed in space–time, in such a way as to satisfy as nearly as possible a set of desirable objectives”. Los problemas de Timetabling se pueden caracterizar por: un horizonte temporal dividido en un conjunto finito de períodos o bloques horarios, un conjunto finito de recursos (salas de clases, laboratorios o profesores), un conjunto finito de eventos a calendarizar (exámenes, clases u otro) y un conjunto de restricciones operacionales (Qu et al., 2009).

Los enfoques de solución que resuelven problemas de Timetabling han sido aplicados a programación de eventos educacionales (Jat and Yang, 2011), calendarización de eventos deportivos (Duran et al., 2007), asignación de turnos para personal en hospitales y en servicios de salud (Gendreau et al., 2007) y programación de citas para pacientes (Sauré et al., 2012) entre otros.

En particular, los problemas de Timetabling en el área educacional se dividen en dos tipos: problemas de confección de horarios de clases para cursos, llamados Course Timetabling Problems (CTTs), y los problemas de confección de horarios para evaluaciones, conocidos como Examination Timetabling Problems (ETTPs) (De Werra, 1985; Schaerf, 1999). Los CTTs son clasificados a su vez en dos tipos de problemas: Curriculum-Based Course Timetabling Problems (CB-CTTs) y Post Enrollment Course Timetabling Problems (PE-CTTs) (Rudová et al., 2011). La diferencia central entre ambos tipos de problemas está en la información que se utiliza para determinar la cantidad de estudiantes inscritos que tendrá cada curso. Los CB-CTTs cuentan sólo con una estimación del número de estudiantes que inscribirán cada curso, por lo que los conflictos de horarios entre evaluaciones de diferentes cursos quedan determinados por la malla curricular de cada carrera. Por otro lado, los conflictos horarios en los PE-CTTs son determinados directamente sobre la base de los cursos inscritos por cada estudiante.

Respecto a los problemas de calendarización de evaluaciones (ETTPs), éstos han sido estudiados extensamente en la literatura de Operations Research. Qu et al. (2009) los define como “assigning a set of exams into a limited number of

timeslots (time periods) and rooms (of certain capacity), subject to a set of constraints". En general, la programación de evaluaciones debe ser realizada de manera de asegurar que los estudiantes no tengan que rendir más de una evaluación a la misma hora, que la capacidad de las salas de clases –medida en número de asientos– sea respetada y que cada sala de clases sea asignada a lo más a un curso en cada período de tiempo. También es posible definir condiciones deseables que no deben ser necesariamente satisfechas, pero que su cumplimiento mejora la calidad de la solución obtenida. Este tipo de requerimiento suele modelarse como un término adicional que penaliza la función objetivo en caso de no cumplimiento (Bonutti et al., 2012). Las condiciones que se deben cumplir, tanto las obligatorias como las deseables, dependen de cada institución y pueden llevar a la construcción de modelos que busquen optimizar múltiples funciones objetivo para reducir la dificultad en la resolución del problema (Burke et al., 2010; McCollum et al., 2012).

En relación a ETTPs, en la literatura sólo se han documentado trabajos de Post-Enrollment (Gogos et al., 2012; McCollum et al., 2012). Sin embargo, muchas instituciones educativas realizan la calendarización de sus evaluaciones antes de la inscripción de cursos por parte de los estudiantes, y por lo tanto, basan esta programación en la información de sus mallas curriculares. En general, las instituciones que hacen la programación de sus evaluaciones basándose en mallas curriculares no disponen de suficientes salas de clases en horarios distintos a aquellos en que los cursos son dictados, por lo que se ven en la necesidad de destinar períodos específicos dentro del semestre para tomar evaluaciones.

Se puede apreciar que los ETTPs descritos en la literatura no abordan el problema de programación de evaluaciones Pre-Enrollment (basados en malla curricular). Sin embargo, este tipo de problemas de programación es enfrentado semestre a semestre por diversas universidades e instituciones de educación superior en el mundo. Una de ellas es la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales (FIUDP), en la que se deben programar tres rondas de evaluaciones cada semestre. Cada una de estas rondas es caracterizada mediante un horizonte temporal y la cantidad y tipo de salas de clases disponibles.

Entre las principales características de la programación de evaluaciones en la FIUDP, están: (1) es realizada de manera manual por la Secretaria Docente de la Facultad; (2) no es conocida por los estudiantes al momento de inscribir sus cursos semestrales; (3) no considera las inscripciones de cursos realizadas por los estudiantes; y (4) la asignación de salas de clases a cada evaluación se realiza una vez conocida la cantidad final de estudiantes inscritos en cada curso.

Es importante destacar que la forma en que actualmente se realiza el proceso permite que los estudiantes inscriban cualquiera curso mientras satisfagan los pre-requisitos. Esto juega en contra de la programación ya que el número de inscritos en cada curso es aún incierto, y por lo tanto, es habitual que la programación original sufra cambios una vez conocida la inscripción final de cursos hecha por los estudiantes. La reprogramación de evaluaciones es una tarea compleja pues se debe asegurar que todo estudiante pueda rendir la evaluación de cada uno de los cursos que ha inscrito. Es común que algunas evaluaciones sean aplazadas, programadas fuera del período de evaluaciones o que se disponga de dos fechas para rendirla, llevando entre otras cosas al profesor de un curso a confeccionar dos evaluaciones distintas.

Tomando como base la problemática que enfrenta la FIUDP en la programación de sus evaluaciones, proponemos una nueva versión del ETTP: el ETTP basado en malla curricular (CB-ETTP). Este problema consiste en asignar a la evaluación de cada curso de la Facultad un día, un horario y un grupo de salas de clases. En esta versión del ETTP consideramos que la programación de evaluaciones se entrega a los estudiantes de manera simultánea a la programación de cursos y que la no existencia de conflictos horarios entre las evaluaciones se agrega como requisito a la inscripción de cursos por parte de los estudiantes. De esta manera se asegura que no existirá reprogramación de evaluaciones.

Para la resolución del CB-ETTP, exploramos métodos de clustering y diseño de patrones con el objetivo de reducir la dificultad del problema y los tiempos de resolución computacional (De Causmaecker et al., 2009). Específicamente, nuestro enfoque de solución usa clustering para agrupar cursos y de esta manera reducir el tamaño de las instancias del problema, facilitando su resolución. También considera la construcción de patrones de salas de clases para reducir el espacio de búsqueda de soluciones.

En la Sección 2 se hace una revisión sobre la literatura relevante a este problema. En la Sección 3 se describe la formulación matemática del CB-ETTP. En la Sección 4 describimos el enfoque de solución adoptado para resolver este problema. Las instancias utilizadas para evaluar la efectividad del enfoque de solución propuesto el modelo se presentan en la Sección 5. En la Sección 6 se muestran los resultados obtenidos, y en la Sección 7 se entregan las principales conclusiones y posibles extensiones a este trabajo.

## 2. Revisión bibliográfica

Qu et al. (2009) presentan una revisión exhaustiva de la literatura existente en relación al ETTP. En esta revisión los autores discuten profundamente la investigación en esta área y destacan las tendencias y temas claves que han surgido en este ámbito, poniendo énfasis en los papers posteriores al año 2004 y haciendo mención a las instancias de benchmark

más utilizadas por investigadores. En este trabajo ellos mencionan que la literatura sobre ETTP se puede dividir en dos categorías. Una de estas categorías es la que se enfoca en el desempeño de distintos métodos de resolución para instancias de benchmark. Algunas de las instancias de benchmark más utilizadas por los investigadores son las de las universidades de: Toronto (Carter et al., 1996); Nottingham (Burke et al., 1996); Melbourne (Merlot et al., 2003); Udine (Bonutti et al., 2012), y la introducida recientemente por la International Timetabling Competition (ITC2007) (McCollum et al., 2008). La otra categoría es la que se centra en la resolución de problemas reales, donde el foco está puesto en dar una respuesta concreta a problemas específicos.

En la literatura también se proponen distintas formas de evaluar la calidad de los distintos enfoques de solución, la que frecuentemente se mide en términos de cuán fácil sea encontrar soluciones factibles, cuán cercana al óptimo se encuentra la solución obtenida o cómo se desempeña la solución encontrada una vez implementada (McCollum et al., 2012). Sobre los métodos utilizados para la resolución de las instancias de benchmark, se encuentran trabajos que buscan obtener una solución cercana al óptimo y otros que centran su esfuerzo en la búsqueda de una solución factible. En el primer grupo encontramos: Meta-heurísticas (Tabú Search (Pais and Maral, 2012), Simulated Annealing (Thompson and Dowsland, 1998); y Evolutionary Algorithms (Pillay and Banzhaf, 2010)); Hyper-Heuristic (Burke et al., 2012a); Enfoques Híbridos (Burke et al., 2012b); Programación Entera (MirHassani, 2006) y otros basados en diversos métodos matemáticos (Mansour et al., 2011; Sabar et al., 2012). En el segundo grupo podemos mencionar los trabajos realizados por Pillay and Banzhaf (2010) y Gogos et al. (2012).

Respecto a los ETTPs que se enfocan en la descripción y resolución de problemáticas reales, la literatura también es extensa. Algunos trabajos recientes son los desarrollados por Qu et al. (2009); Wang et al. (2009); Al-Yakoob et al. (2010); Burke et al. (2010) y McCollum et al. (2012). En el caso particular de los trabajos publicados por Al-Yakoob et al. (2010) y McCollum et al. (2012), en ellos se formula y resuelve el problema de programación de evaluaciones mediante la construcción y resolución de modelos de programación entera, que representan las condiciones específicas de las problemáticas reales que en ellos se estudian. Adicionalmente, en el trabajo de McCollum et al. (2012) se describe la implementación de sistemas de Examination Timetabling en Europa, Australia y América.

Es clara la dificultad de los ETTPs, y por eso utilizamos métodos de clustering y diseño de patrones en este trabajo. El uso de patrones es generalmente utilizado para reducir la complejidad de un problema facilitando su resolución, siendo los problemas de Cutting Stock (Suliman, 2006) un buen ejemplo. En los problemas de programación de actividades, el uso de patrones ha sido utilizado por Miranda et al. (2012). En su trabajo, los autores realizan la construcción explícita de patrones horarios para resolver el problema de asignación de horarios de clases. El uso de técnicas de clustering ha sido mencionado por Thomas and Tajudin (2006) como una forma de eliminar potenciales simetrías entre soluciones de un problema y de esta manera reducir el tamaño de las instancias a resolver. A pesar de las ventajas descritas por Thomas and Tajudin (2006) sobre el uso de estas técnicas para formular y resolver problemas de timetabling, no hemos encontrado otros trabajos que recurran a ellas. En este trabajo formulamos y resolvemos el CB-ETTP a través de la construcción de modelos de programación matemática, el uso de patrones de salas de clases y clustering de cursos.

### 3. Descripción general del CB-ETTP

Consideremos el problema de una facultad que debe programar las evaluaciones de las  $N$  carreras que imparte. Se dispone de la malla curricular de cada carrera  $n \in N$ , la cual determina la cantidad de cursos,  $C_n$ , que los estudiantes deben cursar a lo largo de sus  $S_n$  semestres académicos. Cabe destacar que un curso puede ser impartido para más de una carrera, por lo tanto, la cantidad total de cursos cuyas evaluaciones se deben calendarizar,  $C$ , cumple con  $C \leq \sum_{n=1}^N C_n$ . También se cuenta con una estimación sobre la cantidad de estudiantes que inscribirán cada curso. Esta estimación la denotaremos como  $dda_c$ , para todo curso  $c = 1, \dots, C$ .

Para programar las evaluaciones se cuenta con dos tipos de recursos: (1) bloques horarios y (2) salas de clases. Cada día del período de evaluaciones  $T$ , y entonces  $t \in T$ , es dividido en  $L_t$  intervalos disjuntos de tiempo, donde cada intervalo posee la misma duración. De esta manera asumimos que todos los cursos cuentan con el mismo tiempo para tomar su evaluación. A estos intervalos de tiempo los denominamos bloques horarios. De este modo se cuenta con un total de  $H = \sum_{t \in T} L_t$  bloques horarios disponibles. Supondremos que la facultad cuenta con  $R$  salas de clases y que es conocida la cantidad máxima de estudiantes que pueden rendir una evaluación en cada sala, cantidad que llamaremos *capacidad de la sala de clases*.

En el CB-ETTP la programación de evaluaciones resultante debe satisfacer un conjunto de restricciones como: (1) la evaluación de cada curso debe ser programada en un único bloque horario; (2) cada sala de clases debe ser asignada a lo más a un curso en cada bloque horario; (3) cada sala de clases no debe albergar más estudiantes que su capacidad; (4) las evaluaciones de cursos dictados por un mismo profesor deben ser programadas en bloques horarios diferentes. Estas

condiciones son definidas como restricciones duras en el modelamiento del problema.

Las condiciones específicas para cada institución educacional suelen ser definidas como restricciones blandas al momento de modelar el problema. Entre estas se pueden mencionar condiciones como: (1) aquellos cursos que pertenecen al mismo semestre y malla curricular no pueden ser programados en bloques horarios seguidos dentro de un mismo día; (2) los cursos del primer año académico de cada malla curricular deberían tener evaluaciones separadas al menos por un día; (3) las evaluaciones de aquellos cursos de una misma malla curricular y de semestres consecutivos no deberían ser programadas en un mismo bloque horario; (4) que no exista alguna carrera cuya programación de evaluaciones posea un número de conflictos significativamente mayor al de las demás carreras; (5) que no exista algún semestre de una carrera cuya programación de evaluaciones posea un número de conflictos significativamente superior al de los demás semestres; (6) las salas de clases asignadas a la evaluación de un curso deberían estar lo más cerca posible entre ellas; (7) que los cursos impartidos durante el primer semestre académico no deberían tener evaluaciones programadas para el mismo día; y (8) las preferencias horarias de los profesores deben ser consideradas al programar las evaluaciones.

Nuestra formulación del CB-ETTP busca determinar qué bloques horarios y qué salas de clases asignar a la evaluación de cada curso que se dicta en una facultad. La programación de las evaluaciones debe asegurar el cumplimiento de todas las restricciones duras y buscar la satisfacción de todas las restricciones blandas requeridas por la institución. El problema, así planteado, lo denominamos *Curriculum-Based Examination Timetabling Problem (CB-ETTP)*, y en su resolución se busca minimizar las penalidades por el incumplimiento de restricciones blandas.

## 4. Enfoque de solución

El proceso de resolución del CB-ETTP consta de cuatro etapas secuenciales, como se muestra en la Figura 1. El resultado de cada una se usa como información de entrada para la etapa siguiente.

La primera etapa corresponde al procesamiento y transformación de la información que define el problema. Los cursos son agrupados formando clusters. El procedimiento utilizado para la construcción de estos cluster de cursos es explicado en la Sección 4.1. Luego, para cada cluster de cursos se identifican todas las combinaciones de salas de clases que entregan una capacidad mayor o igual a la cantidad estimada de estudiantes que inscribirán los cursos pertenecientes al cluster. Cada combinación de salas de clases define lo que llamaremos un *patrón de salas de clases*. La Sección 4.1 describe el procedimiento utilizado para la construcción de estos patrones.

En la segunda etapa se resuelve un modelo de optimización que asigna bloques horarios y patrones de salas de clases a las evaluaciones de cada cluster de cursos. Este modelo busca minimizar la violación de las siguientes condiciones: (1) las evaluaciones de cursos de primer año de una misma malla curricular deben ser programadas al menos con un día de separación; (2) si las evaluaciones de dos cursos que pertenecen al mismo semestre de una misma malla curricular son programadas el mismo día, no deben ser programadas en bloques horarios continuados; (3) las evaluaciones de cursos de semestres consecutivos en una misma malla curricular deben ser programadas en diferentes bloques horarios. Este problema de optimización lo denominamos *Curriculum-Based Examination Timetabling Problem: Cluster Allocation (CB-ETTP-C)*, y con su resolución se determina cuáles bloques horarios y cuántas salas de clases de cada tipo deben ser asignadas a cada cluster de cursos.

Definimos como *capacidad efectiva* a la cantidad de asientos con que cuenta el patrón de salas de clases asignado a una evaluación. La  *saturación de una sala de clases* se define como el porcentaje entre la cantidad estimada de estudiantes inscritos en un curso y la capacidad efectiva asignada a éste. Del mismo modo, definimos *nivel de tolerancia de saturación* como el máximo valor permitido para la saturación de una sala de clases en un bloque horario. Si la evaluación de un curso es programada en una sala de clases sobrepasando el nivel de tolerancia de saturación definido, el curso se clasifica como un *curso con asignación saturada*. La lógica tras la definición de este nivel de saturación es proveer un colchón de seguridad en casi de un incremento –al menos uno leve– en la cantidad de estudiantes que finalmente inscribirán un curso.

En la tercera etapa se realiza la programación horaria de las evaluaciones de cada curso, tomando como base la solución del CB-ETTP-C. Esta programación debe determinar el día, bloque horario y el número de salas de clases de cada tipo a asignar a la evaluación de cada curso. Para esto se utiliza un modelo de programación entera que busca minimizar simultáneamente: (1) la cantidad total de cursos con asignación saturada y (2) la cantidad de cursos con asignación saturada para el bloque horario con la mayor cantidad de cursos con asignación saturada. Este segundo problema de optimización lo denominamos *Curriculum-Based Examination Timetabling Problem: Course Allocation (CB-ETTP-CA)*.

Finalmente, en la cuarta etapa tomamos la solución obtenida para el CB-ETTP-CA y se asignan salas de clases a cursos. Esta asignación busca reducir la distancia máxima entre las salas asignadas a cada curso. Este tercer problema

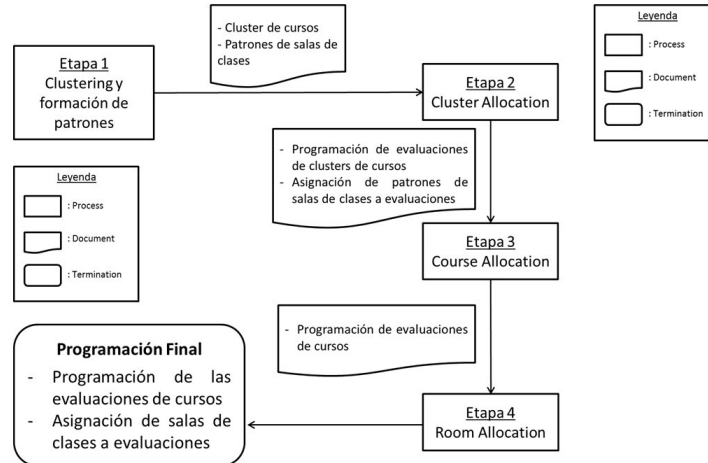


Figura 1: Enfoque jerárquico de solución propuesto para el CB-ETTP.

de optimización lo denominamos *Curriculum-Based Examination Timetabling Problem: Room Allocation (CB-ETTP-RA)*. El CB-ETTP-RA se resuelve de manera independiente para cada bloque horario.

#### 4.1. Etapa 1: Procesamiento de datos

Para resolver el CB-ETTP primero se agrupan aquellos cursos que son indistinguibles en términos de requerimientos. Los criterios utilizados para realizar esta clasificación fueron: (1) si el curso  $c \in C$  pertenece a más de una malla curricular se clasifica como cluster individual; (2) si los cursos  $c, d \in C$  cumplen cada una de las siguientes condiciones son agrupados en un mismo cluster: (i) ambos cursos se encuentran solamente en una malla curricular; (ii) ambos cursos son del mismo semestre y pertenecen a la misma malla curricular; y (iii) la estimación de la cantidad de estudiantes inscritos que tendrá cada curso es considerada "similar". En base a lo anterior, un *cluster de cursos* se define como una agrupación de dos o más cursos. Si un curso no puede ser agrupado con otros cursos se denomina *cluster individual*.

Agrupar los cursos de esta manera no sólo reduce el número de variables en el problema, sino que también permite eliminar posible simetrías entre diferentes soluciones. Esto último se puede ejemplificar como sigue. Supongamos que los cursos  $c$  y  $d$  pertenecen al mismo semestre de la misma malla curricular, y que la cantidad esperada de estudiantes que inscribirán cada uno de estos cursos es la misma. Entonces, una solución que programa la evaluación del curso  $c$  en el bloque horario 1 y la evaluación del curso  $d$  en el bloque horario 5 es equivalente, en cuanto al valor alcanzado en la función objetivo, a una solución que considere el curso  $c$  en el bloque horario 5 y el curso  $d$  en el bloque horario 1.

El proceso de agrupación de cursos lleva a la conformación de  $I$  clusters de cursos, donde  $I$  satisface  $I \leq C \leq \sum_{n=1}^N C_n$ . Cada cluster  $i \in I$  se caracteriza mediante tres parámetros:  $Q_i$ ,  $Dda_i$  y  $U_i$ . El parámetro  $Q_i$  es el conjunto que contiene todos los cursos que componen el cluster  $i$ .  $Dda_i$  es un parámetro que representa la cantidad esperada de estudiantes del cluster, y se calcula como  $Dda_i = \max_{c \in Q_i} \{dda_c\}$  para todo  $i \in I$ , donde  $dda_c$  es la estimación de la cantidad de estudiantes que inscribirán el curso  $c$ . Finalmente,  $U_i$  es un parámetro que representa la información proveniente de las mallas curriculares y que indica cómo el cluster de cursos  $i$  se relaciona con los demás cluster.

Luego de realizada la agrupación de cursos se clasifican las salas de clases en  $Z$  diferentes tipos. Esta clasificación se realiza en función de la capacidad de las salas, y permite reducir el tamaño del problema y facilita su posterior resolución. Basándonos en esta se construyen *patrones de salas de clases*. Un patrón de salas de clases  $p$  es un vector  $(a_1^p, a_2^p, \dots, a_Z^p)$ , en donde  $a_l^p$  representa la cantidad de salas de clases del tipo  $l = \{1, 2, \dots, Z\}$  que posee ese patrón. El patrón de salas de clases  $p$  es *válido* para un cluster específico si  $Dda_i \leq \sum_{l=1}^Z a_l^p q_l$ , donde  $q_l$  indica la capacidad que posee una sala de clases del tipo  $l$ . Se dirá que el patrón de salas de clases  $p$ , definido por  $(a_1^p, a_2^p, \dots, a_Z^p)$  *domina* al patrón de salas de clases  $f$ , definido por  $(a_1^f, a_2^f, \dots, a_Z^f)$ , si se cumple que  $a_1^p \leq a_1^f, a_2^p \leq a_2^f, \dots, a_Z^p \leq a_Z^f$  y al menos en un caso se cumple la desigualdad de manera estricta (sino fuese así, los patrones de salas de clases  $p$  y  $f$  serían iguales). Los patrones de salas de clases utilizados en la formulación matemática del problema son aquellos que no son dominados por ningún otro patrón de salas de clases para al menos un cluster.

## 4.2. Etapa 2: Modelo de programación entera para la construcción del calendario de evaluaciones basado en clusters de cursos y patrones de salas de clases (CB-ETTP-C)

La formulación del CB-ETTP-C se basa en la definición de los siguientes elementos:

### Conjuntos

$I$	Conjunto de clusters de cursos.
$H$	Conjunto de bloques horarios.
$T$	Conjunto de días.
$F$	Conjunto de carreras que se imparten.
$S$	Conjunto de semestres-carreras.
$Z$	Conjunto de tipos de salas de clases.
$P$	Conjunto de patrones de salas de clases.

### Índices

$i, k$	Cluster de cursos $i, k \in I$ .
$h$	Bloque horario $h \in H$ .
$t$	Día $t \in T$
$f$	Carrera $f \in F$ .
$s$	Semestre-carrera $s \in S$ .
$z$	Tipo de sala de clases $z \in Z$ .
$p$	Patrón $p \in P$ .

### Subconjuntos

$G_i \subseteq P$	Conjunto de patrones de salas de clases válidos para el cluster $i \in I$ .
$FS_f \subseteq I$	Conjunto de clusters de cursos del primer semestre de la carrera $f \in F$ .
$SC_s \subseteq I$	Conjunto de clusters de cursos del semestre-carrera $s \in S$ .
$E_s \subseteq I$	Conjunto de clusters de cursos que son del semestre siguiente ( $s + 1$ ) a los clusters de cursos del semestre-carrera $s \in S$ .
$A_t \subseteq H$	Conjunto de bloques horarios disponibles el día $t \in T$ .
$B_h \subseteq H$	Conjunto de bloques horarios adyacentes al bloque horario $h \in H$ . Los bloques horarios $h$ y $h - 1$ son adyacentes siempre y cuando pertenezcan al mismo día (análogo para $h + 1$ ).

### Parámetros

$Q_i$	Cantidad de cursos pertenecientes al cluster $i \in I$ .
$QN_{zp}$	Cantidad de salas de clases del tipo $z \in Z$ que usa el patrón de salas de clases $p \in P$ .
$QS_z$	Cantidad de salas de clases del tipo $z \in Z$ disponibles.
$\beta_{ft}$	Penalidad por asignar más de una evaluación de cursos del primer semestre de la carrera $f \in F$ en los días $t$ y $t + 1$ , con $t \in T$ .
$\gamma_{sh}$	Penalidad por asignar más de una evaluación de cursos en semestres consecutivos al semestre $s \in S$ en el bloque horario $h \in H$ .
$\alpha_{sh}$	Penalidad por asignar más de una evaluación del semestre-carrera $s \in S$ en el bloque horario siguiente al bloque horario $h \in H$ cuando la evaluación de un curso del semestre-carrera $s$ ya ha sido asignada al bloque horario $h$ .

Para la formulación del modelo de programación entera se define la variable binaria  $x_{hip}$ , que toma valor 1 si al bloque horario  $h$  se le asigna la evaluación de uno de los cursos del cluster  $i$  con un patrón de salas de clases  $p$ , y 0 si no. Las variables  $w_{sh}$ ,  $y_{ft}$  y  $v_{sh}$  se utilizan para penalizar la violación de las restricciones blandas del problema. La variable  $w_{sh}$  indica la cantidad de evaluaciones de cursos del semestre-carrera  $s$  que han sido asignados al bloque horario  $h + 1$ , siendo que un curso del semestre-carrera  $s$  ya ha sido programada en el bloque horario  $h$  si  $h$  y  $h + 1$  son del mismo día. La variable  $y_{ft}$  indica el número de evaluaciones de cursos del primer semestre de la carrera  $f$  que han sido asignados en los días  $t$  y  $t + 1$ . Finalmente, la variable  $v_{sh}$  indica la cantidad de evaluaciones de cursos en semestres consecutivos de una misma carrera que han sido asignadas al mismo bloque horario.

El modelo para resolver el problema de programación de evaluaciones de clusters de cursos se plantea como:

$$(CB-ETTP-C) \quad \min_{(x_{hip}, w_{sh}, y_{ft}, v_{sh})} \sum_{s \in S} \sum_{h \in H} \alpha_{sh} w_{sh} + \sum_{f \in F} \sum_{t \in T} \beta_{ft} y_{ft} + \sum_{s \in S} \sum_{h \in H} \gamma_{sh} v_{sh} \quad (1)$$

subject to:

$$\sum_{h \in H} \sum_{p \in G_i} x_{hip} = Q_i \quad \forall i \in I. \quad (2)$$

$$\sum_{p \in G_i} x_{hip} \leq 1 \quad \forall h \in H; i \in I. \quad (3)$$

$$\sum_{i \in SC_s} \sum_{p \in G_i} x_{hip} \leq 1 \quad \forall h \in H; s \in S. \quad (4)$$

$$\sum_{h \in A_t} \sum_{i \in FS_f} \sum_{p \in G_i} x_{hip} \leq 1 \quad \forall f \in F; t \in T. \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{p \in G_i} QN_{zp} x_{hip} \leq QS_z \quad \forall z \in Z; h \in H. \quad (6)$$

$$\sum_{i \in SC_s} \sum_{p \in G_i} x_{hip} + \sum_{i \in SC_s} \sum_{p \in G_i} x_{(h+1)ip} \leq 1 + w_{sh} \quad \forall s \in S; h \in H : h, h+1 \in A_t; t \in T. \quad (7)$$

$$\sum_{j \in A_t} \sum_{i \in FS_f} \sum_{p \in G_i} x_{hip} + \sum_{h \in A_{t+1}} \sum_{i \in FS_f} \sum_{p \in G_i} x_{hip} \leq 1 + y_{ft} \quad \forall f \in F; t \in T. \quad (8)$$

$$\sum_{i \in SC_s} \sum_{p \in G_i} x_{hip} + \sum_{i \in E_s} \sum_{p \in G_i} x_{hip} \leq 1 + v_{sh} \quad \forall s \in S; h \in H. \quad (9)$$

$$x_{hip} \in \{0, 1\} \quad \forall h \in H; i \in I; p \in G_i. \quad (10)$$

$$w_{sh}, v_{sh} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall s \in S; h \in H. \quad (11)$$

$$y_{ft} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall f \in F; t \in T. \quad (12)$$

La interpretación de las restricciones es la siguiente. El bloque de restricciones (2) asegura que la evaluación de cada curso perteneciente a un cluster de cursos sea asignada a un único bloque horario y patrón de salas de clases. El bloque de restricciones (3) asegura que las evaluaciones de los cursos sean programadas en un único bloque horario, mientras que el bloque de restricciones (4) impide programar la evaluación de dos o más cursos de un mismo semestre y carrera en el mismo bloque horario. El bloque de restricciones (5) permite asegurar que los cursos del primer semestre de cada carrera sean programados en días diferentes. El bloque de restricciones (6) asegura que la calendarización de evaluaciones respete la cantidad de salas de cada tipo disponibles en cada bloque horario. Las restricciones (7), (8) y (9) definen las variables de penalización del problema.

Como se observa en (1) el CB-ETTP-C busca minimizar la penalidad total en la calendarización de evaluaciones. El primer término de la función objetivo corresponde a la penalidad asociada a la asignación de la evaluación de dos o más cursos de un mismo semestre-carrera en bloques horarios consecutivos en un mismo día. El segundo término corresponde a la penalidad asociada a la asignación de dos o más evaluaciones de cursos del primer semestre de una misma carrera en días consecutivos. Finalmente, el tercer término corresponde a la penalidad asociado a la asignación de evaluaciones de cursos de semestres consecutivos en un mismo bloque horario.

### 4.3. Etapa 3: Modelo de programación entera mixta para calendarizar evaluaciones de cursos (CB-ETTP-CA)

La formulación del CB-ETTP-CA se basa en la definición de los siguientes elementos adicionales:

Conjuntos

$C$  Conjunto de cursos.

Índices

$c$  Curso  $c \in C$ .

Subconjuntos

$CI_i \subseteq C$  Conjunto de cursos pertenecientes al cluster de cursos  $i \in I$ .

Parámetros

$\chi_{ih}$  Parámetro binario que es igual a 1 si el cluster de cursos  $i \in I$  está asignado al bloque horario  $h \in H$  y que es igual a 0 si no. Su valor proviene directamente de la solución del CB-ETTP-C.

$dda_c$  Estimación de la cantidad de estudiantes que inscribirán el curso  $c \in C$ .

$CA_{ih}$  Capacidad efectiva (medida en número de asientos) asignada al cluster  $i \in I$  en el bloque horario  $h \in H$ .

$tol$	Porcentaje de la capacidad efectiva que se desea dejar como capacidad de seguridad para enfrentar la incertidumbre en la inscripción final de estudiantes.
$\tau_{ch}$	Parámetro binario que es igual a 1 si al asignar el curso $c \in C$ al bloque horario $h \in H$ se utiliza a lo más un porcentaje $(1 - tol)$ de la capacidad efectiva y que es igual a 0 si no.

Para la formulación del CB-ETTP-CA se define la variable binaria  $\rho_{ch}$  que toma valor 1 si la evaluación del curso  $c$  es asignada al bloque horario  $h$ . Se definen también las variables  $\eta_{ch}$  y  $\varphi$ . La primera es una variable binaria que indica si la capacidad efectiva asignada a un curso satisface el nivel de tolerancia definido ( $tol$ ). Aquellos cursos que sobrepasan el nivel de tolerancia son denominados *cursos saturados*. La segunda variable indica la cantidad de cursos saturados que posee el bloque horario con el mayor número de cursos saturados.

El modelo de programación entera para el problema de calendarización de evaluaciones de cursos es:

$$(CB-ETTP-CA) \quad \min_{(\eta_{ch}, \rho_{ch}, \varphi)} |C| \cdot \varphi + \sum_{h \in H} \sum_{c \in C} \eta_{ch} \quad (13)$$

subject to:

$$\sum_{h \in H} \rho_{ch} = 1 \quad \forall c \in C. \quad (14)$$

$$\sum_{c \in C} \rho_{ch} = \chi_{ih} \quad \forall i \in I; h \in H. \quad (15)$$

$$\eta_{ch} = (1 - \tau_{ch}) \cdot \rho_{ch} \quad \forall h \in H; c \in C. \quad (16)$$

$$\varphi \geq \sum_{c \in C} \eta_{ch} \quad \forall h \in H. \quad (17)$$

$$\rho_{ch}, \eta_{ch} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C; h \in H. \quad (18)$$

$$\varphi \geq 0 \quad (19)$$

El bloque de restricciones (14) asegura que a cada curso se le asigne un único bloque horario. El bloque de restricciones (15) aseguran que la asignación sea realizada sobre la base de la solución obtenida del CB-ETTP-C. Las restricciones (16) y (17) definen las variables  $\eta_{ch}$  y  $\varphi$  respectivamente.

Como se observa en (13), el CB-ETTP-CA busca reducir la cantidad de cursos con asignación saturada luego de su asignación de salas de clases. Para ello, la función objetivo (13) compuesta dos términos. El primero corresponde a la penalidad asociada al bloque horario más saturado (aquel bloque horario que tiene la mayor cantidad de cursos con asignación saturada). El segundo término corresponde a la cantidad total de cursos con asignación saturada. La ponderación del primer término por  $|C|$  hace que este término sea más valorado al momento de minimizar (13).

#### 4.4. Etapa 4: Modelo de programación entera mixta para la asignación de salas (CB-ETTP-RA)

La formulación del CB-ETTP-RA se basa en la definición de los siguientes elementos adicionales:

Conjuntos

$R$  Conjunto de salas de clases.

Índices

$r, \hat{r}$  Sala de clases  $r, \hat{r} \in R$ .

Subconjuntos

$B_z \subseteq R$  Conjunto de salas de clases tipo  $z \in Z$ .

Parámetros

$M_{cz}$  Cantidad de salas de clases tipo  $z \in Z$  que requiere el curso  $c \in C$ . Esta información proviene de la solución del CB-ETTP-C y ETTP-CA-CA.

$D_{r\hat{r}}$  Distancia entre la sala de clases  $r \in R$  y la sala de clases  $\hat{r} \in R$ .

Para la formulación del CB-ETTP-RA se define la variable binaria  $u_{cr}$  que toma valor 1 si a la evaluación del curso  $c$  se le asigna a la sala de clases  $r$  y 0 si no. Además, se define la variable continua  $d_c$ , que permite determinar la distancia máxima entre las salas de clases asignadas al curso  $c \in C$ , y la variable continua  $\gamma$ , que permite determinar la distancia



máxima entre todas las asignaciones de salas de clases realizadas, que es equivalente a encontrar el máximo valor de entre todas las variables  $d_c$ .

Dada la independencia de las decisiones asociadas a distintos bloques horarios, el CB-ETTP-RA se resuelve de separadamente para cada bloque horario. De este modo, el modelo de programación entera mixta que permite asignar evaluaciones de cursos a salas de clases se puede formular de la siguiente manera:

$$(CB-ETTP-RA) \quad \min_{(u_{cr}, d_c, \gamma)} |C| \cdot \gamma + \sum_{c \in C} d_c \quad (20)$$

subject to:

$$\sum_{r \in B_z} u_{cr} = M_{cz} \quad \forall c \in C; z \in Z. \quad (21)$$

$$\sum_{c \in C} u_{cr} \leq 1 \quad \forall r \in R. \quad (22)$$

$$d_c \geq (u_{cr} + u_{c\hat{r}} - 1) \cdot D_{r\hat{r}} \quad \forall c \in C; r, \hat{r} \in R. \quad (23)$$

$$\gamma \geq d_c \quad \forall c \in C. \quad (24)$$

$$u_{cr} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C; r \in R. \quad (25)$$

$$d_c \geq 0 \quad \forall c \in C. \quad (26)$$

$$\gamma \geq 0 \quad (27)$$

El bloque de restricciones (21) asegura que a cada evaluación se le asigne la cantidad de salas de clases de cada tipo sugeridas por la solución del CB-ETTP-CA. El bloque de restricciones (22) asegura que cada sala de clases sea asignada a lo más una vez por bloque horario. El bloque de restricciones (23) se utiliza para determinar el valor de  $d_c$ , considerando la distancia entre las salas de clases que fueron asignadas a la evaluación del curso  $c$ . El bloque de restricciones (24) es la que en conjunto con la función objetivo permite determinar el valor de  $\gamma$ , que es el máximo entre las distancias máximas de las salas de clases asignadas a un curso.

Como se observa en (20), el CB-ETTP-RA busca reducir la distancia entre las salas de clases asignadas a las evaluaciones. Para ello, la función objetivo (20) está compuesta por dos términos. El primero está asociado a la distancia entre las salas de clases asignadas a aquel curso que tiene las salas de clases más distantes entre sí. El segundo corresponde a la distancia máxima entre las salas de clases asignadas a cada curso. La ponderación del primer término por  $|C|$  (la cantidad total de cursos que deben ser programados) otorga mayor importancia a éste por sobre el segundo cuando la función objetivo es minimizada.

## 5. Instancias de evaluación

Para evaluar la efectividad de nuestro enfoque de solución utilizaremos 4 instancias reales del CB-ETTP. Estas instancias corresponden a la calendarización de evaluaciones de los semestres 2005-02, 2006-01, 2006-02 y 2007-01 en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales en Chile. Nos referiremos a esas instancias como udp("año- semestre"). Una de las razones para utilizar estas instancias es que contamos con información de la programación manual con que fueron calendarizadas las evaluaciones de dichos semestres. En esta Facultad se imparten 4 carreras que comparten salas de clases y algunos cursos.

Cada semestre contemplan tres rondas de evaluaciones, las dos primeras rondas son destinadas a evaluaciones parciales y la última para tomar exámenes finales. Para cada ronda la Facultad destina 7 días, desde un sábado al sábado siguiente, entre las 08:00 y las 20:00 los días de semana, y entre las 08:00 y las 14:00 los sábados. Cada bloque horario tiene una duración de 3 horas cronológicas. Se dispone de 24 bloques horarios para cada ronda de evaluaciones.

La Facultad cuenta con 33 salas de clases, que según su capacidad son clasificadas como: 12 salas pequeñas, 14 salas medianas y 7 salas grandes. Una sala de clases pequeña posee capacidad para albergar 30 estudiantes, una sala de clases mediana para 55 estudiantes y una sala de clases grande para 90 estudiantes. La clasificación se realizó agrupando las salas de clases de tamaños similares. La definición de la capacidad de las salas de clases se hizo escogiendo la menor de las capacidades reales de las salas de clases pertenecientes a cada tipo.

Adicionalmente consideramos 5 instancias ficticias, las cuales difieren en el número de carreras consideradas, la cantidad de semestres y el número de cursos que se dictan. Nos referiremos a estas instancias ficticias como fic-*número de carreras*, y a través de ellas observaremos cómo es el desempeño de nuestro enfoque en otros escenarios. Todas estas instancias consideran el caso de una facultad que dicta al menos 5 carreras, y que cada carrera es de al menos

10 semestres de duración. Es importante indicar que estas instancias serán utilizadas para resolver CB-ETTP-C y CB-ETTP-CA y no así para CB-ETTP-RA. Por ello las instancias ficticias no poseen información sobre ubicación de las salas de clases.

En la Tabla 1 se resumen las características de las mallas curriculares asociadas a cada una de las instancias utilizadas, tanto reales como ficticias. En la Tabla 2 resume la información sobre los bloques horarios y los tipos de salas disponibles para cada una de las instancias de evaluación.

Tabla 1: Caracterización de las instancias de evaluación del enfoque propuesto.

Instancia	Cantidad de Evaluaciones	Cantidad estimada de estudiantes	Cantidad de Carreras	Cantidad de Semestres	Cantidad de Semestres-Carreras	Cantidad de Conflictos	CD	CP
udp-(2005-02)	166	1,153	4	12	48	3,554	0.16	0.68
udp-(2006-01)	172	1,213	4	12	48	3,891	0.18	0.73
udp-(2006-02)	160	1,189	4	12	48	3,651	0.15	0.64
udp-(2007-01)	177	1,256	4	12	48	4,151	0.19	0.76
fic-9	247	No aplica	9	10	90	4,527	0.22	0.96
fic-12	232	No aplica	12	12	144	7,814	0.14	0.59
fic-5	90	No aplica	5	12	60	5,610	0.72	0.91
fic-10a	226	No aplica	10	10	100	9,300	0.55	0.99
fic-10b	226	No aplica	10	10	100	9,420	0.29	0.96

Para caracterizar la complejidad de cada una de las instancias de evaluación, utilizamos la densidad de conflictos (CD), medida también usada por Wang et al. (2009); Pillay and Banzhaf (2010) y Gogos et al. (2012). La densidad de conflictos se calcula como la división entre la cantidad de conflictos existentes y la cantidad total de conflictos que se puede llegar a tener en una instancia del problema. Esto es:

$$CD = \frac{\sum_{c \in C} \sum_{\bar{c} \in C: \bar{c} \neq c} \varepsilon_{c\bar{c}}}{PT}$$

donde  $\varepsilon_{c\bar{c}}$  es un indicador binario que toma valor 1 si las evaluaciones de los cursos  $c$  y  $\bar{c}$  presentan algún conflicto que impide programarlas libremente, y es 0 si no.  $PT$  es el máximo número de conflictos que se podrían presentar considerando la cantidad de evaluaciones que deben ser programadas. Este último valor corresponde a  $|C|^2 - |C|$ .

El promedio de la densidad de conflictos para las instancias reales resultó ser 0.17. Las instancias ficticias se construyeron de manera que una de ellas tuviera una densidad de conflictos menor y otra tuviera una densidad de conflictos mayor a la de todas las instancias reales.

La Tabla 1 también muestra cuál es la probabilidad de conflictos para cada una de las instancias. Esta medida es propuesta por Wang et al. (2009), y se calcula como:

$$CP \approx 1 - \left(1 - \frac{1}{|H|}\right)^{CD \cdot |C|}$$

donde  $CD$  es la densidad de conflictos,  $|C|$  es la cantidad de evaluaciones a programar y  $|H|$  es la cantidad de bloques horarios disponibles.

Las dos medidas descritas anteriormente sirven para tener una noción inicial de cuán compleja es una instancia. A medida que  $CD$  es más cercana a 0, la instancia presenta menores relaciones conflictivas entre los cursos y su resolución se hace más fácil. Esto se refleja en  $CP$  pues tendrá un valor cercano a 0, indicando que la probabilidad de conflictos en esa instancia es muy baja. Por el contrario, si es más cercana a 1 entonces la mayoría de los cursos presentar conflictos entre sí. En este caso la complejidad del problema depende de la cantidad de bloques horarios disponibles. A mayor disponibilidad menor será la probabilidad de conflictos al realizar la calendarización y viceversa. Se puede apreciar entonces que si  $CD$  es cercano a 1, dependerá del valor de  $|H|$  el valor de  $CP$ . Si  $|H|$  es un número grande entonces la probabilidad de conflictos será cercana a 0 y si  $|H|$  es un número pequeño entonces la probabilidad de conflictos será cercana a 1.

Tabla 2: Información sobre los bloques horarios y los tipos de salas de clases disponibles para cada una de las instancias de evaluación.

Instancia	Bloques Horarios disponibles	Días	N° Salas Pequeñas	N° Salas Medianas	N° Salas Grandes
udp-(2005-02)	24	7	12	14	7
udp-(2006-01)	24	7	12	14	7
udp-(2006-02)	24	7	12	14	7
udp-(2007-01)	24	7	12	14	7
fic-9	18	12	5	15	8
fic-12	40	10	14	20	10
fic-5	27	6	6	13	5
fic-10a	21	7	10	15	13
fic-10b	21	7	10	15	13

## 6. Resultados computacionales

Todos los modelos fueron programados en GAMS 23.8.1 con CPLEX 12 como solver. Todas las instancias fueron resueltas en un computador con sistema operativo Windows 7 de 64 bits con 2.8 GHz y 6 GB de RAM.

En la Tabla 3 se entregan detalles sobre la cantidad de clusters y patrones de salas de clases construidos para cada una de las instancias de evaluación. También se entregan detalles sobre la cantidad de variables y restricciones asociadas a cada una de las instancias. Esta información permite comprender el tamaño y dificultad computacional de cada una de las instancias, y de este modo, justificar la aplicación de un enfoque jerárquico de resolución que separa el problema de asignación de horarios a cluster con el de asignación de salas a cursos.

Tabla 3: Caracterización del CB-ETTP-C.

Instancia	Cantidad de clusters de cursos	Cantidad de patrones de salas de clases	Cantidad de variables	Cantidad de restricciones
udp(2005-02)	131	305	958,920	13,771
udp(2006-01)	122	345	1,010,160	13,546
udp(2006-02)	111	289	769,896	13,271
udp(2007-01)	119	312	891,072	13,471
fic-9	142	383	978,948	25,648
fic-12	176	1,841	12,960,640	911,800
fic-5	90	191	464,130	120,921
fic-10a	85	683	1,219,155	281,353
fic-10b	179	668	2,511,012	283,421

El tiempo de resolución para cada instancias real fue menor a 30 minutos y para cada instancia ficticia menor a 14 horas. Los tiempos de resolución consideran tanto el tiempo de construcción de cada instancia como el tiempo de resolución de cada uno de los tres modelos que conforman nuestro enfoque de solución del CB-ETTP.

La Tabla 4 muestra los resultados obtenidos al resolver cada instancia de evaluación del CB-ETTP-C. En las primeras tres columnas de esta tabla se muestra la cantidad de evaluaciones de cursos de primer año que fueron programadas en días consecutivos (conflicto tipo 1), la cantidad de evaluaciones de cursos del mismo semestre y malla curricular que fueron programadas en el mismo bloque horario (conflicto tipo 2) y la cantidad de evaluaciones de cursos de semestres contiguos en la misma malla curricular que fueron programadas en el mismo día y bloque horario (conflicto tipo 3). Para todas las instancias, reales y ficticias, un conflicto tipo 1 fue 10 veces más penalizado que un conflicto tipo 2 y 20 veces más penalizado que un conflicto tipo 3. Los valores de las penalidades fueron determinados directamente por la Secretaría Docente de la facultad, e intentan representar la valoración dada por ellos a cada tipo de conflicto al momento de realizar una calendarización manual de las evaluaciones.

La cuarta columna de la Tabla 4, llamada *porcentaje de uso de salas de clases*, ha sido calculada como el promedio de la fracción de salas de clases que fueron asignadas a evaluaciones en cada bloque horario. Como se puede apreciar, para las instancias reales este porcentaje alcanzó un valor mínimo cercano a 59% y un valor máximo de 72%. Esto podría interpretarse como que existe un exceso de salas de clases disponibles en cada bloque horario. Sin embargo,

también podemos observar que para cada una de las instancias reales existe al menos un conflicto y un bloque horario con asignación completa. De este modo, se puede concluir que aumentar la utilización de salas de clases (lo que es equivalente a reducir el número de éstas) eventualmente podría aumentar la cantidad de conflictos.

Tabla 4: Resultados obtenidos y tiempos de ejecución para el CB-ETTP-C.

Instancia	Cantidad de conflictos (1)	Cantidad de conflictos (2)	Cantidad de conflictos (3)	Porcentaje de uso de salas de clases	N° de Bloques horarios con utilización total de salas de clases	Tiempo de resolución [seg.]	Tiempo de construcción del modelo [seg.]
udp(2005-02)	0	4	1	59.12	1	44	373
udp(2006-01)	1	4	2	68.11	3	98	401
udp(2006-02)	0	4	1	65.09	2	55	398
udp(2007-01)	0	4	3	71.78	4	128	499
fic-9	0	0	0	68.31	0	1,406	9,905
fic-12	0	0	12	83.33	1	810	37,060
fic-5	0	13	2	74.87	3	2,431	414
fic-10a	0	50	34	91.09	3	6,480	2,605
fic-10b	0	50	9	88.65	5	2,213	3,506

Sobre la base los resultados obtenidos para cada instancia del CB-ETTP-C, la Tabla 5 resume las soluciones para cada instancia del CB-ETTP-CA. A través del parámetro  $tol$ , previamente definido en la Sección 4.3, se fija arbitrariamente un límite para la diferencia entre la cantidad de asientos asignados a la evaluación de un curso y la cantidad de estudiantes que se estima inscribirán ese curso. Para todas las instancias se utilizó  $tol = 10\%$ , lo que significa que todo aquel curso que requiera para su evaluación un 90% o más de los asientos que le han sido asignados es considerado como un *curso con asignación saturada* (tal como definimos en la Sección 4).

Tabla 5: Resultados obtenidos y tiempos de ejecución para el CB-ETTP-CA con  $tol = 10\%$ .

Instancia	Cantidad de evaluaciones	Cantidad de cursos con asignación saturada	Porcentaje de cursos con asignación saturada	$\varphi$	Tiempo de resolución [seg.]	Tiempo de construcción [seg.]
udp(2005-02)	166	54	32.53%	5	0.09	0.06
udp(2006-01)	172	61	35.47%	6	0.09	0.06
udp(2006-02)	160	60	37.50%	5	0.09	0.07
udp(2007-01)	177	66	37.29%	7	0.08	0.08
fic-9	247	132	53.44%	6	0.19	0.13
fic-12	232	95	40.95%	6	0.21	0.13
fic-5	90	48	53.33%	4	0.05	0.02
fic-10a	226	91	40.27%	6	0.21	0.12
fic-10b	226	101	44.69%	7	0.23	0.13

Para resolver el CB-ETTP-RA se definió como el principal criterio de asignación, como se mencionó anteriormente, el que las salas de clases asignadas a un curso estuvieran lo más cerca posibles entre ellas. La cercanía entre salas de clases se definió en conjunto con los encargados de la Secretaria Docente de la facultad, y se tradujo en los siguientes valores: 1 para salas que se encuentran en el mismo edificio y en el mismo piso; 2 para salas que se encuentran en el mismo edificio pero en distintos pisos; 3 para salas que se encuentran en edificios distintos pero en la misma facultad; y 4 para salas en distintas facultades.

La Tabla 6 resume las soluciones obtenidas del CB-ETTP-RA, recordando que el CB-ETTP-RA se resuelve de forma independiente para cada bloque horario, y por lo tanto, se resuelven 24 bloques horarios para las instancias reales. En esta tabla, la columna denominada  $\gamma_{MAX}$  corresponde al máximo valor de entre los  $\gamma$  obtenidos en la resolución en cada bloque horario. Como se puede apreciar desde la tabla, nuestro enfoque permite que todas las salas de clases asignadas a cada evaluación se encuentren en el mismo edificio.

Tabla 6: Características de la solución obtenida para las instancias reales del CB-ETTP-RA.

Instancia	$\gamma_{MAX}$	Distancia promedio salas de clases-curso $\left( \frac{\sum_{c \in C} d_c}{ C } \right)$	Tiempo de resolución total [seg.]	Tiempo de construcción total [seg.]
udp(2005-02)	2	1.74	0.47	1.91
udp(2006-01)	2	1.76	0.48	1.92
udp(2006-02)	2	1.81	0.50	1.96
udp(2007-01)	3	2.11	0.75	2.18

La Tabla 7 compara la calendarización de evaluaciones obtenido al usar nuestro enfoque para enfrentar el CB-ETTP, que denominaremos E, con los obtenidos mediante la programación manual realizada por la Secretaria Docente de la FIUDP, que denominaremos PM. Un punto importante a observar es la cantidad de cursos cuyas evaluaciones fueron reprogramadas en la situación real. La causas más comunes para reprogramar evaluaciones una vez conocida la inscripción de estudiantes fueron: (1) la capacidad asignada a un curso no es suficiente y (2) que dos cursos programados en una misma fecha y horario contaban con al menos un estudiante en común. En la columna llamada *cantidad de reprogramaciones PM/E* de la Tabla 7 comparamos la cantidad de evaluaciones reprogramadas después de la programación manual contra las que deberían ser reprogramadas luego de la calendarización entregada por nuestro enfoque.

Tabla 7: Comparación de los resultados obtenidos para las instancias reales por la planificación manual (PM) y por nuestro enfoque (E).

Instancia	Cantidad de conflictos tipo (1)		Cantidad de conflictos tipo (2)		Cantidad de conflictos tipo (3)		Porcentaje de uso de salas de clases		Porcentaje de uso de capacidad de las salas de clases		Cantidad de reprogramaciones	
	PM	E	PM	E	PM	E	PM	E	PM	E	PM	E
udp(2005-02)	10	0	4	4	18	1	66.12	59.11	91.42	86.10	4	0
udp(2006-01)	6	1	4	4	14	2	61.41	68.18	89.66	83.31	5	0
udp(2006-02)	5	0	4	4	9	1	68.43	65.55	87.09	83.98	2	0
udp(2007-01)	6	0	4	4	11	3	70.23	71.98	91.90	85.54	4	0

En la Tabla 7 también se sugiere que los resultados obtenidos mediante nuestro enfoque de solución del CB-ETTP son significativamente mejores a los obtenidos mediante la programación manual cuando se compara el número de conflictos observados y la utilización de las salas de clases.

## 7. Conclusiones

En este paper describimos una nueva versión del Examination Timetabling Problem (ETTP), el problema de programación de evaluaciones basado en malla curricular (CB-ETTP). Los ETTPs reportados en la literatura consideran conocido el número de estudiantes inscritos en cada curso al momento de hacer la programación de evaluaciones. En el CB-ETTP se desconoce esta información, y de este modo, la definición y contabilización de conflictos es determinada principalmente por la malla curricular de cada carrera. También se introduce la asignación de salas como parte relevante de las decisiones que deben ser tomadas.

El enfoque de solución planteado consiste en la formulación matemática de tres problemas que son resueltos secuencialmente. El primero de estos problemas asigna bloques horarios y patrones de salas de clases a cluster de cursos (CB-ETTP-C). Trabajar con patrones de salas de clases en lugar de salas específicas fortalece la estructura del problema facilitando su resolución. Asignar cluster de cursos en lugar de cursos individuales reduce el tamaño del problema y permite manejar de mejor manera los problemas de simetría. El segundo de estos problemas toma la solución obtenida y la transforma en una programación de cursos (CB-ETTP-CA). Finalmente, el tercero de estos problemas utiliza la asignación de patrones de salas de clases y la transforma en una asignación de salas de clases a la evaluación de cada curso (CB-ETTP-RA).

Los beneficios generados por nuestro enfoque son: (1) permite incorporar decisiones sobre asignación de salas de clases y problemas de programación de evaluaciones para múltiples carreras simultáneamente; (2) evita problemas de simetrías en la búsqueda de soluciones mediante el uso de clusters de cursos; (3) facilita considerablemente la resolución del CB-ETTP-C a través de la definición y uso de patrones de salas de clases, ya que resolver las instancias reales asignando salas de clases específicas toma un tiempo excesivo o simplemente no se resolvían; y (4) permite manejar la incertidumbre sobre la cantidad de estudiantes inscritos en cada curso al considerar capacidad de seguridad en la asignación de cursos.

Los resultados obtenidos, tanto para las instancias reales como para las ficticias, fueron satisfactorios en dos aspectos: calidad de la solución y tiempo de resolución. Para las instancias reales se obtuvieron mejores soluciones que las implementadas bajo el método manual utilizado por la UDP y los tiempos de resolución fueron considerablemente más bajos (menores a 10 minutos en todos los casos). Las instancias ficticias se construyeron con el fin de verificar que el enfoque permite resolver problemas significativamente más grandes que las instancias reales en tiempos de resolución razonables. Las instancias *fic-9* y *fic-12*, que corresponden a las de mayor complejidad y tamaño respectivamente, fueron resueltas a optimalidad en tiempos menores a 14 horas.

Uno de los principales supuestos de este trabajo es que se puede realizar una programación adecuada de las evaluaciones con una estimación de la cantidad de estudiantes que inscribirán cada curso. Estudiar el problema directamente desde una perspectiva estocástica implicaría entender la forma en la que los estudiantes escogen los cursos que inscriben y describirla de manera probabilística a través de alguna función de distribución.

## Referencias

- Abdullah, S., Ahmadi, S., Burke, E., Dror, M., and McCollum, B. (2007). A Tabu based large neighbourhood search methodology for the capacited Examination Timetabling Problem. *Journal of Operational Research*, 58:1494–1502.
- Al-Yakoob, A., Sherali, H., and Al-Jazzaf, M. (2010). A mixed-integer mathematical modeling approach to Exam Timetabling. *Computer Management Science*, 7:19–46.
- Bonutti, A., De Cesco, F., Di Gaspero, L., and Schaerf, A. (2012). Benchmarking curriculum-based course timetabling: formulations, data formats, instances, validation, visualization, and results. *Annals of Operational Research*, 194:59–70.
- Burke, E., Kendall, G., Misir, M., and Özcan, E. (2012a). Monte Carlo hyper-heuristics for Examination Timetabling. *Annals of Operational Research*, 2012:73–90.
- Burke, E., Maracek, J., Parkes, A., and Rudová, H. (2010). Decomposition, Reformulation, and Diving in University Course Timetabling. *Computers and Operations Research*, 37(3):582–597.
- Burke, E., Newall, J., and Weare, R. (1996). A Memetic Algorithm for University Timetabling. In E.K. Burke & P. Ross (Eds.). *Lecture notes in computer science*, 1153:241–250.
- Burke, E., Pham, N., Qu, R., and Yellen, J. (2012b). Linear combination of heuristics for Examination Timetabling. *Annals of Operational Research*, 194:89–109.
- Carter, M., Laporte, G., and Lee, S. (1996). Examination Timetabling: Algorithmic strategies and applications. *Journal of Operational Research Society*, 47(3):373–383.
- De Causmaecker, P., Demeester, P., and Vanden Berghe, G. (2009). A decomposed metaheuristic approach for a real-world university timetabling problem. *European Journal of Operational Research*, 195:307–318.
- De Werra, D. (1985). An Introduction to Timetabling. *European Journal of Operational Research*, 19:151–162.
- Duran, G., Guajardo, M., Miranda, J., Sauré, D., Souyris, S., Weintraub, A., and Wolf, R. (2007). Scheduling the Chilean soccer league by integer programming. *Interfaces*, 7(6):539–552.
- Gendreau, M., Ferland, J., Gendron, B., Hail, N., Jaumard, B., Lapierre, S., Pesant, G., and Soriano, P. (2007). Physician Scheduling in Emergency Rooms. *Lecture Notes in Computer Science*, 3867:53–66.
- Gogos, G., Alefragis, P., and Housos, E. (2012). An improved multi-staged algorithmic process for the solution of the Examination Timetabling Problem. *Annals of Operational Research*, 194:203–221.

- Jat, S. and Yang, S. (2011). A hybrid genetic algorithm and tabu search approach for post enrolment course timetabling. *Journal of Scheduling*, 14:617–637.
- Joshua, J. and Tajudin, A. (2006). Visualizing the Examination Timetabling data using clustering method and TreeMaps. *Proceedings of the 2nd IMT-GT Regional Conference on Mathematics, Statistics and Applications*.
- Mansour, N., Isahakian, V., and Ghalayini, I. (2011). Scatter search technique for exam timetabling. *Applied Intelligence*, 34:299–310.
- McCollum, B., McMullan, P., Burke, E., Parkes, A., and Qu, R. (2008). The second international timetabling competition: Examination Timetabling track. *Technical Report. Queen's Belfast University, N. Ireland*.
- McCollum, B., McMullan, P., Parkes, A., Burke, E., and Qu, R. (2012). A new model for automated examination timetabling. *Annals of Operational Research*, 194:291–315.
- Merlot, L., Boland, N., Hughes, B., and Stuckey, P. (2003). A hybrid algorithm for the Examination Timetabling Problem. In E.K. Burke & P. De Causmaecker (Eds.). *Lecture notes in computer science: Vol. 2740. Practice and theory of automated timetabling IV: selected papers from the 4th international conference (pp. 207–231)*. Berlin: Springer.
- Miranda, J., Rey, P., and Robles, J. (2012). UdpSkeduler: A Web architecture based decision support system for course and classroom scheduling. *Decision Support Systems*, 52:505–513.
- MirHassani, S. (2006). Improving paper spread in examination timetables using integer programming. *Applied Mathematics and Computation*, 179:702–706.
- Pais, T. and Maral, P. (2012). Managing the Tabu list length using a fuzzy inference system: An application to Examination Timetabling. *Annals of Operational Research*, 194:341–363.
- Pillay, N. and Banzhaf, W. (2010). An informed genetic algorithm for the Examination Timetabling Problem. *Applied Soft Computing*, 10:457–467.
- Qu, R., Burke, E., McCollum, B., Merlot, L., and Lee, S. (2009). A Survey of Search Methodologies and Automated System Development for Examination Timetabling. *Journal of Scheduling*, 12(1):55–89.
- Rudová, H., Müller, T., and Murray, K. (2011). Complex University Course Timetabling. *Journal of Scheduling*, 14:187–207.
- Sabar, N., Ayov, M. Kendall, G., and Qu, R. (2012). A honey-bee mating optimization algorithm for Educational Timetabling Problems. *European Journal of Operational Research*, 216:533–543.
- Sauré, A., Patrick, J., Tyldesley, S., and Puterman, M. (2012). Dynamic Multi-appointment patient scheduling for Radiation Therapy. *European Journal of Operational Research*, 223(2):573–584.
- Schaerf, A. (1999). A survey of automated timetabling. *Artificial Intelligence Review*, 13(2):87–127.
- Suliman, S. (2006). Pattern generating procedure for the cutting stock problem. *International Journal of Production Economics*, 74:293–301.
- Thomas, J. and Tajudin, A. (2006). Visualizing the Examination Timetabling Data Using Clustering Method and Tree-Maps. *Proceedings of the 2nd IMT-GT Regional Conference on Mathematics, Statistics and Applications*.
- Thompson, J. and Dowsland, K. (1998). A robust simulated annealing based Examination Timetabling System. *Computers & Operations Research*, 25:637–648.
- Wang, S., Bussieck, M., Guignard, M., Meeraus, A., and O'Brien, F. (2009). Term-end exam scheduling at United States Military Academy/West Point. *Journal of Scheduling*, 13:375–391.
- Wreng, A. (1996). Scheduling, timetabling and rostering - A special relationship. In: Burke, E., Ross, P. (Eds), *Practice and Theory of Automated Timetabling, Lecture Notes in Computer Science*, 1153:46–75.