

Preço de Contrato Ótimo da Geração Distribuída em Sistemas de Distribuição Radiais de Energia Elétrica

Marcia Cristina Dal Toé¹ e Marcos Julio Rider Flores²

¹ Universidade do Estado de Mato Grosso, UNEMAT
Avenida São João, s/n, Cavallhada, 78200-000, Cáceres - MT
marciadaltoe@unemat.br

² Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Avenida Brasil, 56, Centro, 15385-000, Ilha Solteira - SP
mj rider@dee.feis.unesp.br

Resumo Este artigo tem por objetivo determinar o preço de contrato ótimo da geração distribuída (GD) despachável em sistemas de distribuição radiais de energia. A abordagem proposta considera a interação de dois agentes: a concessionária de distribuição e o proprietário da GD. A concessionária de distribuição tem a intenção de minimizar os pagamentos realizados ao atender a demanda, e o proprietário da GD pretende maximizar os lucros obtidos pela venda da energia para a concessionária de distribuição. Este problema é modelado através da programação binível, e transformado em um problema de otimização linear inteiro misto de um único nível equivalente, usando as propriedades da dualidade e as condições de otimalidade. O problema é modelado usando a linguagem de modelagem AMPL e resolvida através do *solver* comercial CPLEX. Os resultados obtidos mostram a qualidade e a validade do modelo proposto.

Palavras-chave: Preço de contrato ótimo da geração distribuída. Programação Binível. Programação linear inteira mista.

1 Introdução

A geração distribuída pode proporcionar diversos benefícios ao sistema de distribuição, como melhoria do perfil de tensão e redução das perdas, pelo fato de ser uma geração que se localiza próxima à carga. Com a inserção da GD nos sistemas de distribuição há necessidade de estudar os impactos técnicos e econômicos ocasionados por ela. Depois da crise energética enfrentada nos últimos anos, o Brasil tem mostrado sinais que visam reduzir as barreiras para a instalação da GD, a partir de fontes renováveis, como já aconteceu em outros países.

Embora a maioria das metodologias são abordadas do ponto de vista da concessionária de distribuição, visando maximizar os benefícios potenciais da GD, a abordagem proposta neste artigo considera não apenas o ponto de vista da concessionária, mas também do proprietário da GD. Neste sentido, prevemos uma estrutura de mercado em que a concessionária de distribuição é livre para

comprar energia a partir do mercado atacadista de energia e/ou das unidades de GD na sua rede.

Os problemas de tomada de decisão da concessionária de distribuição e do proprietário da GD podem ser combinados em um Problema de Programação Binível (PPB). Um PPB é um problema de tomada de decisão envolvendo dois níveis de otimização. Neste caso, o proprietário da GD está posicionado no nível de otimização superior, a escolha do preço de contrato das unidades da GD para maximizar os benefícios obtidos a partir da energia vendida para a concessionária de distribuição. A concessionária de distribuição está posicionada no nível inferior de otimização e calcula a energia comprada das unidades de GD e do mercado atacadista de energia. O preço de contrato tornar-se um conjunto de parâmetros do problema do nível inferior, para o qual a concessionária de distribuição reage comprando mais ou menos energia para minimizar os pagamentos totais efetuados para satisfazer a demanda esperada.

Uma abordagem comum para tratar com PPBs é transformar o problema de otimização do nível inferior em um conjunto de restrições de modo que o PPB original torna-se um problema de otimização de um único nível. Essa transformação pode ser obtida através da aplicação das condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) ou usando teoria da dualidade. Do ponto de vista matemático, ou seja, mais rigoroso, as duas metodologias são equivalentes, no entanto, a última é mais adequada quando utiliza-se *solvers* especializados como o *branch-and-cut* disponíveis comercialmente. Isso ocorre porque o número de restrições e variáveis binárias equivalentes envolvidas na utilização da teoria da dualidade é consideravelmente menor do que a necessária quando utiliza-se as condições de otimalidade de KKT [2].

Em [3], os autores propõem um modelo de programação binível para o preço de contrato ótimo da GD. Tal metodologia é baseada em uma aproximação não linear das equações de fluxo de potência (as expressões matemáticas utilizadas para modelar a distribuição dos fluxos de potência entre os elementos de uma rede). Neste caso, o problema do nível inferior é substituído pelas condições de otimalidade de KKT. A principal desvantagem dessa abordagem é que, sendo o modelo do nível inferior um problema de programação não-linear, as condições de KKT são necessárias, mas não suficientes para garantir a otimalidade. Como consequência, a qualidade e o tipo das soluções são sensíveis aos valores iniciais atribuídos ao estado da variável no *solver*.

2 Formulação do Modelo Matemático

Nesta seção, é apresentado o modelo de programação binível proposto e como ele é reformulado como um modelo de programação linear inteira mista.

2.1 Aproximação do Fluxo de Potência

O modelo proposto considera uma aproximação das equações de fluxo de potência para sistemas de distribuição similar as apresentadas em [3], porém com uma

correta representação das perdas de potência ativa nos circuitos. Essas aproximações são válidas para sistemas de distribuição radiais, com alto fator de potência e uma alta proporção de X/R . As simplificações são adotadas com objetivo de reduzir o esforço computacional e para evitar problemas de não-convexidade na formulação do fluxo de potência. Neste caso, somente a potência ativa, o fluxo de corrente e a magnitude de tensão são consideradas como variáveis de decisão.

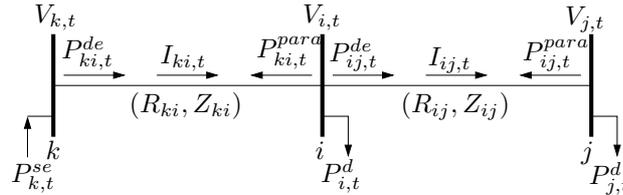


Figura 1. Sistema de distribuição de três barras.

A Figura 1 mostra as considerações que podem ser usadas para se obter a equação do balanço de potência, dada em (1).

$$P_{i,t}^{se} + P_{i,t}^{gd} - \sum_{ij \in L} P_{ij,t}^{de} - \sum_{ji \in L} P_{ji,t}^{para} = P_{i,t}^d \quad \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (1)$$

Em que $P_{i,t}^{se}$, $P_{i,t}^{gd}$ e $P_{i,t}^d$ são, respectivamente, a potência ativa fornecida pela subestação, potência ativa fornecida pela unidade de GD e a demanda de potência ativa na barra i no período t . $P_{ij,t}^{de}$ e $P_{ji,t}^{para}$ são, respectivamente, os fluxos de potência ativa que deixam a barra i para a barra j e deixam a barra j na direção da barra i no período t . Os fluxos de potência ativa ($P_{ij,t}^{de}$) e ($P_{ij,t}^{para}$) e a magnitude do fluxo da corrente ($I_{ij,t}$) do circuito ij no período t são dados por (2) e (3), respectivamente.

$$\left. \begin{aligned} P_{ij,t}^{de} &= \frac{R_{ij}}{Z_{ij}^2} V_{i,t} (V_{i,t} - V_{j,t}) \quad \forall ij \in L, \forall t \in T \quad (a) \\ P_{ij,t}^{para} &= \frac{R_{ij}}{Z_{ij}^2} V_{j,t} (V_{j,t} - V_{i,t}) \quad \forall ij \in L, \forall t \in T \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$I_{ij,t} = \frac{V_{i,t} - V_{j,t}}{Z_{ij}} \quad \forall ij \in L, \forall t \in T. \quad (3)$$

Em que R_{ij} e Z_{ij} são, respectivamente, a resistência e impedância do circuito ij ; e $V_{i,t}$ é a magnitude de tensão na barra i no período t .

Adicionando e subtraindo as equações (2.a) e (2.b), e considerando (3), as seguintes expressões são obtidas:

$$\left. \begin{aligned} P_{ij,t}^{de} + P_{ij,t}^{para} &= R_{ij} I_{ij,t}^2 \quad \forall ij \in L, \forall t \in T \quad (a) \\ P_{ij,t}^{de} - P_{ij,t}^{para} &= \frac{R_{ij}}{Z_{ij}^2} (V_{i,t}^2 - V_{j,t}^2) \quad \forall ij \in L, \forall t \in T \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

A equação (4.a) representa a perda da potência ativa no circuito ij . As restrições (2.a) e (2.b) são substituídas pelas restrições (4.a) e (4.b), respectivamente. As equações (1), (3) e (4) são usadas para representar a operação de regime permanente dos sistemas radiais de distribuição de energia elétrica no Modelo de Programação Binível que será mostrado adiante. Observe que as equações (1) e (3) são lineares, enquanto (4) contém termos quadráticos. Esses termos quadrados podem ser linearizados usando uma abordagem de linearização por partes.

2.2 Linearização

A linearização por partes dos termos quadráticos $V_{i,t}^2$ e $I_{ij,t}^2$ é apresentada a seguir.

Quadrado da magnitude de tensão. A magnitude de tensão $V_{i,t}$ tem um valor mínimo \underline{V} e um valor máximo \bar{V} . Seja $V_{i,t}^{sqr}$ a variável que representa o quadrado da magnitude de tensão, e calculado como mostrado na equação (5).

$$V_{i,t}^{sqr} = -\underline{V}^2 + 2\underline{V}V_{i,t} + \Delta V_{i,t}^2 \quad \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5)$$

Sendo $\Delta V_{i,t} = V_{i,t} - \underline{V}$ com valor mínimo zero e valor máximo $\bar{V} - \underline{V}$. Para (5), o termo quadrático $\Delta V_{i,t}^2$ é linearizado como descrito em [1] e mostrado na Figura 2.

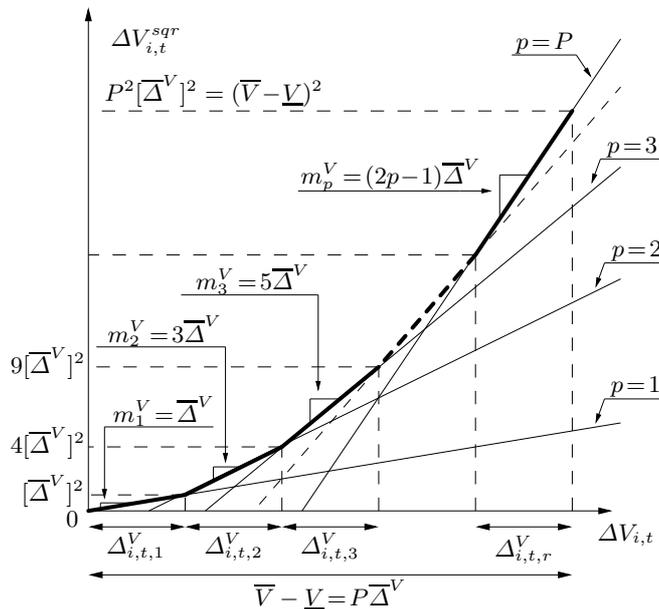


Figura 2. Aproximação linear por parte da função $\Delta V_{i,t}^{sqr}$.

Portanto, o quadrado da magnitude de tensão $V_{i,t}^{sqr}$ é definido em (6).

$$\left. \begin{aligned}
 V_{i,t}^{sqr} &= -\underline{V}^2 + 2\underline{V}V_{i,t} + \Delta V_{i,t}^{sqr} \quad \forall i \in I, \forall t \in T & (a) \\
 \Delta V_{i,t}^{sqr} &= \sum_{p=1}^P m_p^V \Delta_{i,t,p}^V \quad \forall i \in I, \forall t \in T & (b) \\
 V_{i,t} &= \underline{V} + \sum_{p=1}^P \Delta_{i,t,p}^V \quad \forall i \in I, \forall t \in T & (c) \\
 \Delta_{i,t,p}^V - \overline{\Delta}^V &\leq 0 \quad \forall i \in I, \forall t \in T, p = 1, \dots, P & (d) \\
 -\Delta_{i,t,p}^V &\leq 0 \quad \forall i \in I, \forall t \in T, p = 1, \dots, P & (e)
 \end{aligned} \right\} (6)$$

Sendo

$$m_p^V = (2p - 1) \overline{\Delta}^V, \quad p = 1, \dots, P, \\
 \overline{\Delta}^V = \frac{\overline{V} - \underline{V}}{P}.$$

As restrições (6) são um conjunto de expressões lineares e m_p^V e $\overline{\Delta}^V$ são parâmetros constantes. A restrição (6.a) é uma aproximação linear do quadrado da magnitude de tensão na barra i no período t . A restrição (6.b) é uma aproximação do quadrado $\Delta V_{i,t}$. A restrição (6.c) define que a magnitude da tensão na barra i no período t é igual ao somatório dos valores em cada bloco de discretização mais \underline{V} . As restrições (6.d) e (6.e) definem os limites superior e inferior na contribuição de cada bloco na diferença entre a magnitude da tensão da barra i no período t e \underline{V} .

Quadrado da magnitude do fluxo de corrente. Analogamente, é assumido que a magnitude da corrente $I_{ij,t}$ tem um valor mínimo de $-\overline{I}_{ij}$ e um valor máximo de \overline{I}_{ij} . Seja $I_{ij,t}^{sqr}$ a variável que representa o quadrado da magnitude da corrente. Da mesma forma como para $V_{i,t}^{sqr}$, $I_{ij,t}^{sqr}$ é definido em (7).

$$\left. \begin{aligned}
 I_{ij,t}^{sqr} &= \sum_{p=1}^P m_{ij,p}^I \Delta_{ij,t,p}^I \quad \forall ij \in L, \forall t \in T & (a) \\
 I_{ij,t}^+ - I_{ij,t}^- &= I_{ij,t} \quad \forall ij \in L, \forall t \in T & (b) \\
 I_{ij,t}^+ + I_{ij,t}^- &= \sum_{p=1}^P \Delta_{ij,t,p}^I \quad \forall ij \in L, \forall t \in T & (c) \\
 \Delta_{ij,t,p}^I - \overline{\Delta}^I &\leq 0 \quad \forall ij \in L, \forall t \in T, p = 1, \dots, P & (d) \\
 -\Delta_{ij,t,p}^I &\leq 0 \quad \forall ij \in L, \forall t \in T, p = 1, \dots, P & (e) \\
 -I_{ij,t}^+ &\leq 0 \quad \forall ij \in L, \forall t \in T & (f) \\
 -I_{ij,t}^- &\leq 0 \quad \forall ij \in L, \forall t \in T & (g)
 \end{aligned} \right\} (7)$$

em que,

$$m_{ij,p}^I = (2p - 1) \overline{\Delta}^I, \quad \forall ij \in L, p = 1, \dots, P,$$

$$\bar{\Delta}_{ij}^I = \frac{\bar{I}_{ij}}{P}, \quad \forall ij \in L.$$

2.3 Modelo de Programação Binível

A formulação linear binível para calcular o preço de contrato ótimo da GD em um sistema de distribuição elétrica é apresentada nas equações (8) – (10), onde as variáveis duais associadas com cada uma das restrições estão colocadas do lado da equação correspondente .

$$\text{Max}_{Cp_j} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \Delta t (Cp_j - c_j) P_{j,t}^{gd} \quad (8)$$

Sujeito a:

$$\text{Min}_{\substack{P^{se}, P^{gd}, V, V^{sqr}, \Delta V, \Delta V^{sqr}, \\ P^{de}, P^{para}, I, I^{sqr}, \Delta I, I^+, I^-}} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \Delta t \rho_{k,t} P_{k,t}^{se} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \Delta t Cp_j P_{j,t}^{gd} \quad (9)$$

Sujeito a:

$$\left. \begin{aligned} P_{i,t}^{se} + P_{i,t}^{gd} - \sum_{ij \in L} P_{ij,t}^{de} - \sum_{ki \in L} P_{ki,t}^{para} &= P_{i,t}^d \quad \forall i \in I, \forall t \in T : \pi_{i,t} \quad (a) \\ P_{ij,t}^{de} + P_{ij,t}^{para} &= R_{ij} I_{ij,t}^{sqr} \quad \forall ij \in L, \forall t \in T : \lambda_{ij,t} \quad (b) \\ P_{ij,t}^{de} - P_{ij,t}^{para} &= \frac{R_{ij}}{Z_{ij}^2} (V_{i,t}^{sqr} - V_{j,t}^{sqr}) \quad \forall ij \in L, \forall t \in T : \alpha_{ij,t} \quad (c) \\ I_{ij,t} &= \frac{V_{i,t} - V_{j,t}}{Z_{ij}} \quad \forall ij \in L, \forall t \in T : \varphi_{ij,t} \quad (d) \\ I_{ij,t} - \bar{I}_{ij} &\leq 0 \quad \forall ij \in L, \forall t \in T : \bar{\phi}_{ij,t} \quad (e) \\ -I_{ij,t} - \bar{I}_{ij} &\leq 0 \quad \forall ij \in L, \forall t \in T : \underline{\phi}_{ij,t} \quad (f) \\ V_{i,t} - \bar{V} &\leq 0 \quad \forall i \in I, \forall t \in T : \bar{w}_{i,t} \quad (g) \\ -V_{i,t} + \underline{V} &\leq 0 \quad \forall i \in I, \forall t \in T : \underline{w}_{i,t} \quad (h) \\ P_{j,t}^{gd} - \bar{P}_j^{gd} &\leq 0 \quad \forall j \in J, \forall t \in T : \bar{\beta}_{j,t} \quad (i) \\ -P_{j,t}^{gd} + \underline{P}_j^{gd} &\leq 0 \quad \forall j \in J, \forall t \in T : \underline{\beta}_{j,t} \quad (j) \\ P_{k,t}^{se} - \bar{P}_k^{se} &\leq 0 \quad \forall k \in K, \forall t \in T : \bar{\delta}_{k,t} \quad (k) \\ -P_{k,t}^{se} + \underline{P}_k^{se} &\leq 0 \quad \forall k \in K, \forall t \in T : \underline{\delta}_{k,t} \quad (l) \end{aligned} \right\} (10)$$

$$\left. \begin{aligned} (6.a) : \underline{q}_{i,t} & \\ (6.b) : \varepsilon_{i,t} & \\ (6.c) : \sigma_{i,t} & \\ (6.d) : \bar{v}_{i,t,p} & \\ (6.e) : \underline{v}_{i,t,p} & \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} (7.a) : \eta_{ij,t} & \\ (7.b) : \theta_{ij,t} & \\ (7.c) : \tau_{ij,t} & \\ (7.d) : \bar{\kappa}_{ij,t,p} & \\ (7.e) : \underline{\kappa}_{ij,t,p} & \\ (7.f) : \bar{l}_{ij,t} & \\ (7.g) : \underline{l}_{ij,t} & \end{aligned} \right\} (m)$$

O modelo fornece incentivos econômicos adequados para a concessionária de distribuição e para o proprietário da GD, pois considera o interesse de ambos

simultaneamente em um único processo de otimização. Uma das vantagens do modelo é que permite ao proprietário da GD se adiantar à reação da concessionária de distribuição. Isso é feito considerando o problema de otimização da concessionária de distribuição como um conjunto de restrições do problema de otimização do proprietário da GD. O modelo também permite incluir facilmente restrições de venda de energia e contratos bilaterais com outros agentes. A principal limitação do modelo é o fato de que ele só pode ser implementado com tecnologias de GD despacháveis. Isto é devido ao fato de que, sob uma abordagem de programação binível, um dos agentes devem decidir sobre a quantidade de energia a ser vendida/comprada, e, no caso de tecnologias não-despacháveis, esta quantidade é determinada por fatores externos não-determinísticos.

Observe que no problema (8) – (10) existem dois níveis de otimização, denominados de nível superior e nível inferior. O problema de otimização do nível superior consiste na maximização do lucro pelo proprietário da GD, como mostrado em (8) e que pode ser calculado como a receita obtida pela venda da energia menos o custo de produzi-la, durante um período de tempo. Em um mercado atacadista de energia elétrica tradicional, agentes geradores têm controle de decisão sobre ofertas, quantidades e preços de mercado. Na estrutura do mercado descrito neste artigo, o agente GD tem apenas o controle sobre seu preço de contrato, enquanto a quantidade é decidida pela concessionária de distribuição de energia elétrica. Além disso, a GD não é paga pelo preço do mercado atacadista de energia (o preço na subestação), em vez disso, ela é paga (se despachada pela concessionária de distribuição) ao preço de contrato previsto. Sejam J e T os conjuntos de unidades de geração distribuída e intervalos de tempo, respectivamente. Δt é o comprimento do intervalo de tempo t em horas. Cp_j e c_j são os preços de contrato e o custo de produção da unidade j da GD em €/MWh, respectivamente. $P_{j,t}^{gd}$ é a potência ativa fornecida pela GD na barra j no período t .

O problema de otimização do nível inferior consiste na minimização dos pagamentos efetuados pela concessionária de distribuição de energia elétrica na compra de energia, como mostrado em (9). Isso significa que o lucro do proprietário da GD está sujeito à reação da concessionária de distribuição de energia elétrica. A função objetivo (9) é dividida em dois termos. O primeiro termo corresponde à energia comprada no mercado atacadista através das subestações, e o segundo termo corresponde à energia comprada das unidades de GD. Observe que o preço de contrato no qual o proprietário da GD está disposto a vender sua energia não é variável de decisão, mas é um parâmetro do problema de nível inferior. K e L são os conjuntos de unidades de geração distribuída e linhas, respectivamente. $\rho_{k,t}$ é o preço da energia no atacado na subestação k no período t em €/MWh. $P_{k,t}^{se}$ é a potência ativa fornecida por uma subestação na barra k no período t .

A equação (10.a) corresponde ao balanço de potência ativa em cada barra do sistema. Pode-se observar que essa equação considera de forma explícita as perdas ativas nas linhas. As equações (10.e) e (10.f) correspondem aos limites máximos e mínimos do fluxo da corrente nas linhas. As equações (10.g) e (10.h)

correspondem aos limites de magnitude da tensão nas barras do sistema, e as equações (10.i) a (10.l) correspondem aos limites máximos e mínimos das potências fornecidas pelas unidades de GD e as subestações, respectivamente. \bar{V} e \underline{V} representam, respectivamente, os limites máximo e mínimo da magnitude de tensão em todas as barras; \bar{I}_{ij} é a magnitude do fluxo máximo de corrente de circuito ij . \bar{P}_j^{gd} e \underline{P}_j^{gd} são os limites máximos e mínimos de potência ativa da unidade j da GD, respectivamente. \bar{P}_k^{se} e \underline{P}_k^{se} são os limites máximos e mínimos da potência ativa da subestação k .

Sendo $\pi_{i,t}$ a variável dual associada com a restrição da equação de equilíbrio de energia na barra i no período t . $\lambda_{ij,t}$ a variável dual associada com a restrição das perdas de potência ativa do circuito ij no período t . $\alpha_{ij,t}$ a variável dual associada à restrição da diferença dos fluxos de potência ativa do circuito ij no período t . $\varphi_{ij,t}$ a variável dual associada com a restrição da magnitude do fluxo da corrente do circuito ij no período t . $\bar{\phi}_{ij,t}$ e $\underline{\phi}_{ij,t}$ são as variáveis duais associadas com as restrições de máximo e mínimo dos limites do fluxo da corrente do circuito ij no período t , respectivamente. $\bar{w}_{i,t}$ e $\underline{w}_{i,t}$ são as variáveis duais associadas com as restrições de máximo e mínimo das tensões da barra i no período t . $\bar{\beta}_{j,t}$ e $\underline{\beta}_{j,t}$ são as variáveis duais associadas com as restrições de máximo e mínimo da potência ativa gerada pela GD unidade j no período t . $\bar{\delta}_{k,t}$ e $\underline{\delta}_{k,t}$ são as variáveis duais associadas com as restrições de máximo e mínimo da potência ativa gerada pela subestação k no período t .

Adicionalmente, $\varrho_{i,t}$, $\varepsilon_{i,t}$, $\sigma_{i,t}$, $\bar{v}_{i,t,p}$, $\underline{v}_{i,t,p}$, $\eta_{ij,t}$, $\theta_{ij,t}$, $\tau_{ij,t}$, $\bar{\kappa}_{ij,t,p}$, $\underline{\kappa}_{ij,t,p}$, $\bar{l}_{ij,t}$ e $\underline{l}_{ij,t}$ são as variáveis duais associadas as restrições (6) e (7). Observa-se que, para um determinado conjunto de variáveis de decisão Cp_j a partir do problema do nível superior, o problema do nível inferior dado por (9) - (10) é um problema de programação linear, e pode ser transformado em um conjunto de restrições que correspondem às restrições do problema primal, as restrições do problema dual e a condição de dualidade forte [1].

2.4 Modelo de Programação de um Único Nível

O problema binível (8) – (10) pode ser transformado em um problema de otimização de um único nível, substituindo o problema do nível inferior por um conjunto de restrições que representa a solução dele e incorporando-as ao problema do nível superior.

Problema dual correspondente ao problema do nível inferior. O problema dual associado ao problema do nível inferior (9) – (10) é:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (P_{i,t}^d \pi_{i,t} - V^2 \varrho_{i,t} + \bar{V} \bar{w}_{i,t} + \underline{V} (\sigma_{i,t} - \underline{w}_{i,t})) + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} (\bar{\Delta}^V \bar{v}_{i,t,p}) + \\
 \text{Max} & \sum_{ij \in L} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} (\bar{\Delta}_{ij}^I \bar{\kappa}_{ij,t,p}) + \sum_{ij \in L} \sum_{t \in T} (\bar{I}_{ij} (\bar{\phi}_{ij,t} + \underline{\phi}_{ij,t})) + \\
 & \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (\bar{P}_j^{gd} \bar{\beta}_{j,t} - \underline{P}_j^{gd} \underline{\beta}_{j,t}) + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} (\bar{P}_k^{se} \bar{\delta}_{k,t} - \underline{P}_k^{se} \underline{\delta}_{k,t})
 \end{aligned} \tag{11}$$

$\pi, \lambda, \alpha, \varphi, \theta, \eta, \tau, \varrho,$
 $\varepsilon, \sigma, \bar{\kappa}, \underline{\kappa}, \bar{l}, \underline{l}, \bar{v}, \underline{v},$
 $\bar{\phi}, \underline{\phi}, \bar{w}, \underline{w}, \bar{\beta}, \underline{\beta}, \bar{\delta}, \underline{\delta}.$

Sujeito a:

$$\begin{aligned}
 & \pi_{k,t} + \bar{\delta}_{k,t} - \underline{\delta}_{k,t} = \Delta t \rho_{k,t} & \forall k \in K, \forall t \in T \\
 & \pi_{j,t} + \bar{\beta}_{j,t} - \underline{\beta}_{j,t} = \Delta t C p_j & \forall j \in J, \forall t \in T \\
 & - \sum_{ij \in L} \frac{\varphi_{ij,t}}{Z_{ij}} + \sum_{ki \in L} \frac{\varphi_{ki,t}}{Z_{ki}} - 2V \rho_{i,t} + \sigma_{i,t} + \bar{w}_{i,t} - \underline{w}_{i,t} = 0 & \forall i \in I, \forall t \in T \\
 & - \sum_{ij \in L} \frac{R_{ij}}{Z_{ij}^2} \alpha_{ij,t} + \sum_{ki \in L} \frac{R_{ki}}{Z_{ki}^2} \alpha_{ki,t} + \rho_{i,t} = 0 & \forall i \in I, \forall t \in T \\
 & - \rho_{i,t} + \varepsilon_{n,t} = 0 & \forall i \in I, \forall t \in T \\
 & -m_p^V \varepsilon_{i,t} - \sigma_{i,t} + \bar{v}_{i,t,p} - \underline{v}_{i,t,p} = 0 & \forall i \in I, \forall t \in T, \forall p = 1 \dots P \\
 & \varphi_{ij,t} + \theta_{ij,t} + \bar{\phi}_{ij,t} - \underline{\phi}_{ij,t} = 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T \\
 & -R_{ij} \lambda_{ij,t} + \eta_{ij,t} = 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T \\
 & -m_{ij,p}^I \eta_{ij,t} - \tau_{ij,t} + \bar{\kappa}_{ij,t,p} - \underline{\kappa}_{ij,t,p} = 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T, \forall p = 1 \dots P \\
 & -\theta_{ij,t} + \tau_{ij,t} - \bar{l}_{ij,t} = 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T \\
 & \theta_{ij,t} + \tau_{ij,t} - \underline{l}_{ij,t} = 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T \\
 & -\pi_{i,t} + \lambda_{ij,t} + \alpha_{ij,t} = 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T \\
 & -\pi_{j,t} + \lambda_{ij,t} - \alpha_{ij,t} = 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T \\
 & \bar{\kappa}_{ij,t,p}, \underline{\kappa}_{ij,t,p} \leq 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T, \forall p = 1 \dots P \\
 & \bar{v}_{i,t,p}, \underline{v}_{i,t,p} \leq 0 & \forall i \in I, \forall t \in T, \forall p = 1 \dots P \\
 & \bar{\phi}_{ij,t}, \underline{\phi}_{ij,t}, \bar{l}_{ij,t}, \underline{l}_{ij,t} \leq 0 & \forall ij \in L, \forall t \in T \\
 & \bar{w}_{i,t}, \underline{w}_{i,t} \leq 0 & \forall i \in I, \forall t \in T \\
 & \bar{\beta}_{j,t}, \underline{\beta}_{j,t} \leq 0 & \forall j \in J, \forall t \in T \\
 & \bar{\delta}_{k,t}, \underline{\delta}_{k,t} \leq 0 & \forall k \in K, \forall t \in T
 \end{aligned} \tag{12}$$

Formulação de Programação Não-Linear. O problema de um único nível equivalente de (8) – (10) é dado por:

$$\text{Max} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \Delta t C p_j P_{j,t}^{gd} - \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \Delta t c_j P_{j,t}^{gd} \tag{13}$$

Sujeito a:

Restrição (10) : *Restrições primais do nível inferior;*

Restrição (12) : *Restrições duais do nível inferior;*

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \Delta t \rho_{k,t} P_{k,t}^{se} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \Delta t C p_j P_{j,t}^{gd} = (11) : \text{Condição da dualidade forte não-linear.}$$

A formulação acima corresponde a um problema de programação não-linear devido aos produtos das variáveis de decisão $C p_j$ e $P_{j,t}^{gd}$ na condição de dualidade forte. Este modelo é transformado em um MILP “equivalente” com a finalidade de resolver esse modelo transformado usando um *solver* convencional MILP [2].

2.5 Formulação da Programação Linear Inteira Mista

O contrato de preços da unidade GD pode ser discretizado num conjunto de passos Q , por exemplo, $[C_1^{pd}, C_2^{pd}, C_3^{pd}, \dots, C_{Q+1}^{pd}]$. Assim, o produto $CP_j P_{j,t}^{gd}$ é linearizado pelo uso de variáveis binárias $x_{j,q}$ e variáveis auxiliares $CP_{j,t,q}^{gd}$, $\forall q = 1, \dots, Q$, como mostrado em (14).

$$\left. \begin{aligned} \min_q (C_q^{pd}) \underline{P}_j^{gd} x_{j,q} \leq CP_{j,t,q}^{gd} \leq \max_q (C_q^{pd}) \overline{P}_j^{gd} x_{j,q} \\ \forall j \in J, \forall t \in T, \forall q = 1 \dots Q \quad (a) \\ \min_q (C_q^{pd}) \underline{P}_j^{gd} (1 - x_{j,q}) \leq C_q^{pd} P_{j,t}^{gd} - CP_{j,t,q}^{gd} \leq \max_q (C_q^{pd}) \overline{P}_j^{gd} (1 - x_{j,q}) \\ \forall j \in J, \forall t \in T, \forall q = 1 \dots Q \quad (b) \\ \sum_{q=1}^Q x_{j,q} = 1 \quad \forall j \in J \quad (c) \\ x_{j,q} \text{ binário} \quad \forall j \in J, \forall q = 1 \dots Q \quad (d) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

As restrições (14.a) e (14.b) definem os valores de $CP_{j,t,q}^{gd}$, $\forall j \in J, \forall t \in T, \forall q = 1 \dots Q$. Se $x_{j,q} = 0$, então $CP_{j,t,q}^{gd} = 0$ e $\min_q (C_q^{pd}) \underline{P}_j^{gd} \leq C_q^{pd} P_{j,t}^{gd} \leq \max_q (C_q^{pd}) \overline{P}_j^{gd}$; caso contrário, $CP_{j,t,q}^{gd} = C_q^{pd} P_{j,t}^{gd}$ e $\min_q (C_q^{pd}) \underline{P}_j^{gd} \leq C_q^{pd} P_{j,t}^{gd} \leq \max_q (C_q^{pd}) \overline{P}_j^{gd}$, onde $\min_q (C_q^{pd}) \underline{P}_j^{gd}$ e $\max_q (C_q^{pd}) \overline{P}_j^{gd}$ fornecem um grau suficiente de liberdade para $CP_{j,t,q}^{gd}$. A equação (14.c) assegura que é possível escolher apenas um preço de contrato para a unidade j da GD.

Finalmente, o problema equivalente de (13) – (14) é dado por:

$$\text{Max}_{C_p} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{q=1}^Q \Delta t C P_{j,t,q}^{gd} - \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \Delta t c_j P_{j,t}^{gd} \quad (15)$$

Sujeito a:

Restrição (10): Restrições primais do nível inferior;

Restrição (12): Restrições duais do nível inferior;

Restrição (14): Linearizações;

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \Delta t \rho_{k,t} P_{k,t}^{se} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{q=1}^Q \Delta t C P_{j,t,q}^{gd} = \\ \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (P_{i,t}^d \pi_{i,t} - \underline{V}^2 \varrho_{i,t} + \overline{V} \overline{w}_{i,t} + \underline{V} (\sigma_{i,t} - \underline{w}_{i,t})) + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} (\overline{\Delta}^V \overline{v}_{i,t,p}) + \\ \sum_{ij \in L} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} (\overline{\Delta}_{ij}^I \overline{k}_{ij,t,p}) + \sum_{ij \in L} \sum_{t \in T} (\overline{I}_{ij} (\overline{\phi}_{ij,t} + \underline{\phi}_{ij,t})) + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (P B_{j,t}^{gd} - P b_{j,t}^{gd}) + \\ \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} (\overline{P}_k^{se} \overline{\delta}_{k,t} - \underline{P}_k^{se} \underline{\delta}_{k,t}) : \quad \text{Condição da dualidade forte linear.} \end{aligned} \quad (16)$$

A formulação acima corresponde a um problema de programação linear inteira mista. As restrições (15) e (16) substituem as restrições (13) e (14), respectivamente. Este tipo de problema de otimização pode ser resolvido com a ajuda de um software de otimização comercial.

3 Testes e Resultados

Para demonstrar a eficácia da abordagem proposta foram realizados testes para o cálculo de preços de contratos ótimos de unidades de GD para o sistema de distribuição de 85 barras. O modelo (15) – (16) foi implementado em AMPL [4] e resolvido com o CPLEX [5], chamado como opção padrão. As localizações das unidades de GD, para este teste, são consideradas conhecidas.

3.1 Sistema de Distribuição de 85 Barras

A metodologia proposta foi testada para um sistema de distribuição de 85 barras. A Figura 3 representa o sistema de distribuição de 85 barras.

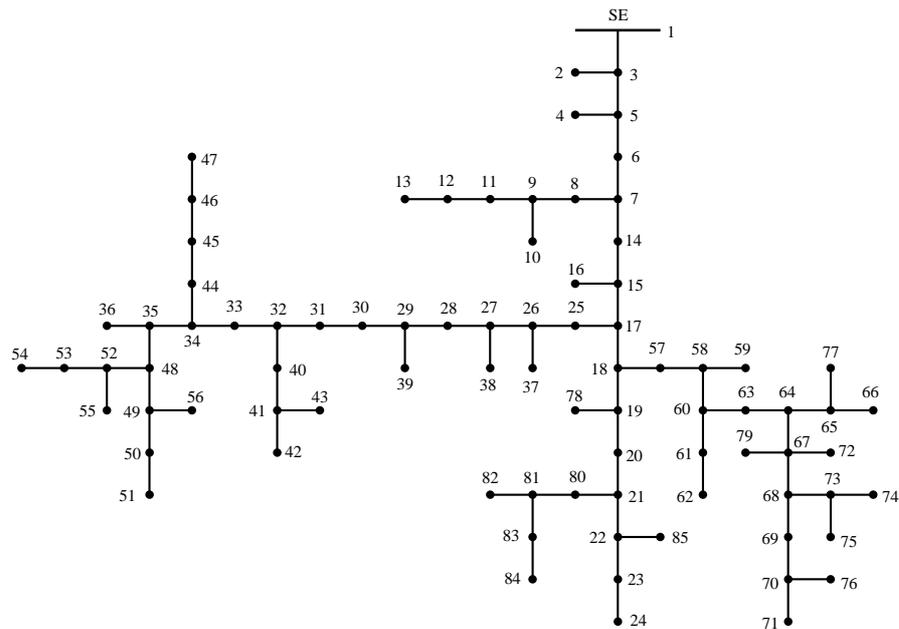


Figura 3. Sistema de Distribuição 85 Barras.

No sistema de 85 barras considera-se apenas um cenário de demanda. A curva de duração de carga anual deste cenário é apresentada na Figura 4.

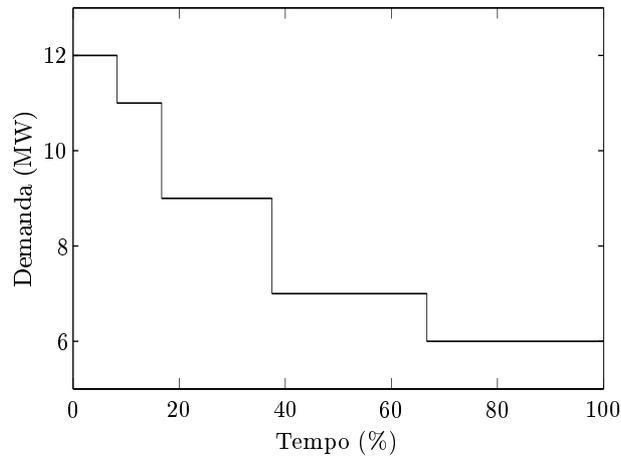


Figura 4. Curva de duração de carga anual.

O preço de contrato de cada unidade j da GD foi discretizado utilizando 10 passos que variaram de 60 €/MWh até 70 €/MWh.

Os preços da energia no mercado atacadista, correspondentes a este cenário, é de 60,0 €/MWh para o ano todo. O número de blocos de linearização por partes é igual a 20.

Neste caso, vamos supor que existem três unidades de GD localizadas nas barras 27, 60 e 81 (designado por GD1, GD2 e GD3, respectivamente), com uma capacidade de 1,5 MW e custo de produção de 55 €/MWh para todas as unidades de GD.

Tabela 1. Localização, preços dos contratos, fatores de capacidade e lucros das unidades de GD.

Unidade GD	Barra	PC [€/MWh]	Fatores de capacidade [%]	Lucros [€]
GD1	27	64,0	100,00	118.260,00
GD2	60	65,0	72,26	94.954,83
GD3	81	65,0	56,25	73.906,90
Total				287.121,73

Na Tabela 1 são mostrados as localizações, os preços dos contratos ótimos (PC), os fatores de capacidade e os lucros do proprietário da GD obtidos pela metodologia proposta para as três unidades de GD. Estes preços são fixados para contrato de um ano (o período de tempo considerado). A GD 27 tem fator de capacidade de 100%, ou seja, está operando com sua capacidade máxima enquanto que as GDs (60 e 81) têm fatores de capacidade de 72,26% e 56,25%,

respectivamente. Os preços de contratos da GD2 e GD3 são iguais, 65,0 €/MWh, enquanto o da GD1 foi de 64,0 €/MWh.

A Tabela 2 apresenta os pagamentos da concessionária de distribuição com e sem GD obtidos pela metodologia proposta e a economia que, neste caso, foi de 167.801,84 €.

Tabela 2. Pagamentos da Concessionária de Distribuição [€]

Caso	Total de Pagamentos
Sem GD	4.526.245,27
Com GD	4.358.443,43
Economia	167.801,84

A Figura 5 mostra o perfil da magnitude de tensão, em todas as 85 barras do sistema de distribuição, com e sem GD. O perfil da magnitude de tensão é maior com GD. Em geral, nas situações em que a GD é localizada em barras afastadas da subestação, esta pode contribuir no melhoramento do perfil da tensão. Observa-se na Figura 5 que nas barras mais afastadas da subestação o perfil de tensões da rede melhora consideravelmente.

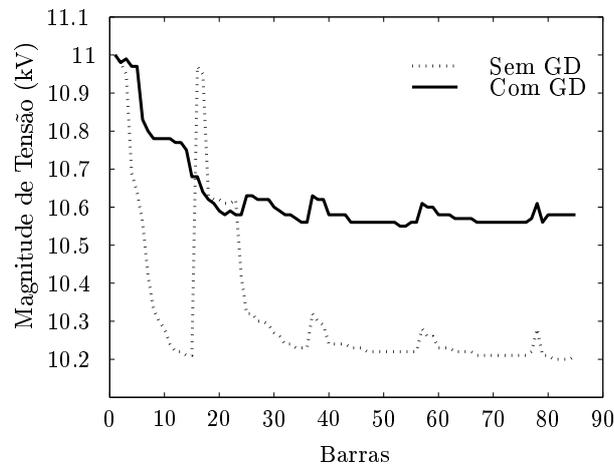


Figura 5. Perfil da Magnitude de Tensão.

A energia adquirida na subestação precisa ser transportada ao longo do sistema de distribuição, as perdas de energia e incrementos deteriora o perfil de tensão. Consequentemente, a compra de energia de unidades estrategicamente localizadas de GD são atraentes para a concessionária de distribuição, mesmo

14 Preço de Contrato Ótimo da GD em Sistemas de Distribuição Radiais de EE

quando essa energia é um pouco mais cara do que a energia fornecida através das subestações.

4 Conclusões

A principal contribuição deste trabalho reside na combinação dos problemas de otimização mostrados no artigo, em um único, proporcionando uma solução que interesse a ambos, o proprietário da GD e a concessionária de distribuição. Para transformar o problema de programação binível em um problema de otimização linear inteiro misto de um único nível equivalente, foram usadas as propriedades de dualidade, as condições de otimalidade e algumas linearizações. O uso de um modelo de programação linear inteira mista garante a convergência para otimalidade usando *solvers* MILP convencionais.

Os testes feitos para o sistema de distribuição de 85 barras mostram que o perfil da magnitude de tensão é maior com GD do que sem GD, principalmente, nas barras mais afastadas da subestação, o perfil da tensão da rede de distribuição melhora significativamente.

Referências

1. Alguacil, N., Motto, A. L., Conejo, A. J.: Transmission Expansion Planning: A Mixed-Integer LP Approach. In: IEEE Transactions on Power Systems, **18** (2003) 1070–1077.
2. Arroyo, J. M.: Bilevel programming applied to power system vulnerability analysis under multiple contingencies. In: IET Generation, Transmission & Distribution, **4** (2010) 178–190.
3. Lopez-Lezama, J. M., Padilha-Feltrin, A., Contreras, J.: Optimal Contract Pricing of Distributed Generation in Distribution Networks. In: IEEE Transactions on Power Systems, **26** (2011) 128–136.
4. Fourer, R., Gay, D. M., Kernighan, B. W.: AMPL: A modeling language for mathematical programming. CA: Brooks/Cole - Thomson Learning, Pacific Grove (2003).
5. CPLEX: Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0. Incline Village: CPLEX Division, ILOG Inc. (2008).

Agradecimentos. CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior do Brasil) pelo apoio financeiro.